

DOI: 10.17725/rensit.2019.11.249

Оболочечные структуры в микрофизических объектах в 5-D модели расширенного пространства

¹Ципенюк Д.Ю., ²Беляев В.Б.

¹Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, <http://gpi.ras.ru/>

Москва 119991, Российская Федерация

ORCID: 0000-0001-8367-0883, e-mail: tsip@kapella.gpi.ru

²Центр релятивистической и астрофизики, Научно-исследовательский институт электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова, <http://www.niiefa.spb.su/>

Санкт-Петербург 196641, Российская Федерация

E-mail: wbelayer@yandex.ru

Поступила 23.07.2019, рецензирована 20.09.2019, принята 21.09.2019

Представлена действительным членом РАЕН А.В. Андреевым

Аннотация: Рассматривается (1+4)-мерная Модель расширенного пространства (МРП) как обобщение специальной теории относительности на 5-мерном пространстве. Вращения в расширенном пространстве соответствуют движению частицы в гравитационном поле во встроеном четырехмерном пространстве-времени. В рамках МРП фотоны имеют ненулевую массу в гравитационном поле. Мы изучаем, как вращение в МРП согласуется с динамикой фотонов в поле Шварцшильда. Уравнения критической кривой получены путем варьирования ненулевого интеграла энергии в соответствии с принципами вариационного исчисления в механике. Этот метод сравнивается с принципом Ферма и принципом геодезических. Вектор силы, действующей на фотон в пространстве-времени Шварцшильда, найден для слабой гравитации и соответствует гравитационной массе фотона, равной удвоенной массе материальной частицы той же энергии. Соблюдение закона сохранения энергии как источника гравитации приводит к возможности появления частиц с отрицательной гравитационной массой и нулевым кинематическим импульсом в результате реакции аннигиляции. Аккреция вещества на компактные звезды приводит к поглощению ими положительной энергии из вакуума и выбросу отрицательной энергии в свободное пространство. Частицы с отрицательной гравитационной массой создают там антигравитационный вакуум с отрицательным давлением. В настоящей работе изменение энергии в гравитационных системах интерпретируется с помощью МРП как вращение вектора энергии-импульса в 5-мерном пространстве. Проведено сравнение оболочечных космических структур типа гравастар с аналогичными возможными пузырьковыми структурами в микрофизических объектах.

Ключевые слова: динамика фотона, 5-мерное пространство, гравитация, масса, принцип Ферма, пространство-время Шварцшильда, аннигиляция электрона и позитрона, гравастар

PACS 04.20.Fy, 04.20.Jb, 11.10.Kk, 13.66.Hk, 97.10.Gz, 98.62.Dm

Для цитирования: Ципенюк Д.Ю., Беляев В.Б. Оболочечные структуры в микрофизических объектах в 5-D модели расширенного пространства. *РЭНСИТ*, 2019, 11(3):249-260. DOI: 10.17725/rensit.2019.11.249.

Bubble structures in microphysical objects in 5-D extended space model

Dmitry Yu. Tsipenyuk

Prokhorov General Physics Institute of Russian Academy of Sciences, <http://www.gpi.ru/>

Moscow 119991, Russian Federation

ORCID: 0000-0001-8367-0883, e-mail: tsip@kapella.gpi.ru

Vladimir B. Belayev

Center for Relativity and Astrophysics, Efremov Research Institute of Electrophysical Equipment, <http://www.niiefa.spb.su/>
Saint-Petersburg 196641, Russian Federation

E-mail: wbelayev@yandex.ru

Received 23.07.2019, peer reviewed 20.09.2019, accepted 23.09.2019

Abstract. It is considered (1+4)-dimensional Extended Space Model (ESM) as a generalization of the special theory of relativity at a 5-dimensional space. Rotations in extended space correspond to the motion of a particle in gravity field in the embedded four-dimensional space-time. Within the framework of ESM the photons have a nonzero mass in a gravitational field. We study how a rotation in ESM agrees with photon dynamics in the Schwarzschild field. Equations of the critical curve are obtained by the nonzero energy integral variation in accordance with principles of the calculus of variations in mechanics. This method is compared with the Fermat's principle and geodesics principle. The force vector acting on the photon in Schwarzschild space-time is found for the weak gravity and corresponds to photon's gravitational mass equal to the twice mass of a material particle of the same energy. Compliance with the law of conservation of energy as a source of gravity leads to the presence of particles with negative gravitational mass and zero kinematic momentum in the results of the annihilation reaction. Accretion of matter onto compact stars results in their absorption of positive energy from the vacuum and the release negative energy in a free deep space. The particles with negative gravitational mass create there antigravitating vacuum with negative pressure. In the present work a non-conservation of energy in gravitational systems is interpreted by the ESM as the rotation of the energy-momentum vector in 5-dimensional space. The comparison bubble cosmic structures of a type gravastar with similar possible bubble structures in microphysical objects is made.

Keywords: photon dynamics, 5-dimensional space, gravity, mass, Fermat's principle, Schwarzschild space-time, e-p annihilation, gravastar

PACS 04.20.Fy, 04.20.Jb, 11.10.Kk, 13.66.Hk, 97.10.Gz, 98.62.Dm

For citation: Dmitry Yu. Tsipenyuk, Vladimir B. Belayev. Bubble structures in microphysical objects in 5-D extended space model. *RENSIT*, 2019, 11(3):249-260. DOI: 10.17725/rensit.2019.11.249.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ (250)
 2. (TS)-ВРАЩЕНИЕ В МОДЕЛИ РАСШИРЕННОГО ПРОСТРАНСТВА (252)
 3. ПРИНЦИП СТАЦИОНАРНОГО ИНТЕГРАЛА ЭНЕРГИИ ФОТОНА (252)
 4. ЭНЕРГИЯ И ИМПУЛЬС ЧАСТИЦЫ, ПЕРЕДАВАЕМЫЕ ГРАВИТАЦИОННОМУ ПОЛЮ (254)
 5. СРАВНЕНИЕ ПРИНЦИПА ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ, ВАРИАЦИИ ИНТЕГРАЛА ЭНЕРГИИ И ФЕРМА (254)
 6. ДИНАМИКА ФОТОНОВ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ ШВАРЦШИЛЬДА (255)
 - 6.1. СФЕРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ (255)
 - 6.2. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ (255)
 - 6.3. СИЛЫ И ГРАВИТАЦИОННАЯ МАССА ФОТОНА (256)
 7. СТРУКТУРА ГРАВАСТАР (257)
 8. ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ В СФЕРИЧЕСКИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ (258)
 9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ (259)
- ЛИТЕРАТУРА (259)**

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что между механическими и оптическими явлениями существует определенное сходство, которое исторически проявлялось в том, что совокупность оптических явлений удавалось равномерно хорошо описывать как в рамках волновых, так и в рамках корпускулярных теорий. В частности, движение пучка света в неоднородной среде во многом аналогично движению материальной частицы в потенциальном поле [1]. В данной работе мы воспользуемся этой связью для описания гравитационных явлений.

Принцип Ферма лежит в основе геометрической оптики в средах. Он также сформулирован для Риманового пространства-времени [2, 3]. В работах [4, 5] предложен вариационный принцип стационарного интеграла энергии светоподобной частицы, который не приводит к нарушению изотропии

светового пути и согласуется с принципом Ферма для статических гравитационных полей. Он также применим к нестационарным гравитационным полям, в которых движение частиц свободно. Этот подход заключается в выборе Лагранжиана частицы и определении канонических импульсов и сил в соответствии с механикой Лагранжа. Установлено соответствие между физической энергией и импульсом частицы, определяемыми из негравитационных взаимодействий, и контравариантным каноническим вектором импульса.

В [6-8] исследуется обобщение специальной теории относительности в 5-мерном пространстве $G(1,4)$ с метрикой $(+ - - - -)$, имеющей дополнительную координату z . В модели расширенного пространства (МРП), помимо вращений в плоскости (TX) , связанных с преобразованиями Лоренца, рассматриваются вращения в плоскостях (TS) и (XS) . В данной модели используется подход, где 5-я координата – это интервал в $(1+3)$ -измерениях [9]. Движение вдоль дополнительной 5-й координаты соответствует наличию частиц с массой покоя в $(1+3)$ D . При таком подходе фотон, попадая в гравитационное поле, приобретает ненулевую массу. При этом он локализуется [10], в то время как в пространстве Минковского он сравнивается с бесконечной плоской волной. В настоящей работе мы изучаем, как (TS) -вращение согласуется с динамикой фотонов в поле Шварцшильда, которая анализируется с использованием принципа экстремальной энергии светоподобной частицы на основе Лагранжевой механики [11].

Предполагая, что стандартная модель космологии и теория гравитации верны, астрономы выделили явления, суть которых сводится к следующим утверждениям [12-17]:

- 1) Основная часть массы Вселенной (более 0.9) состоит из темной материи и темной энергии, которая связана с физическим вакуумом.
- 2) Эти темные субстанции не испускают электромагнитного излучения и не взаимодействуют с ним, либо проявляют такие свойства очень слабо, но обладают гравитацией.

3) Космический вакуум имеет отрицательное давление, или, другими словами, проявляет свойства антигравитации, которая определяет динамику расширения Вселенной.

В настоящей работе мы разрабатываем подход к объяснению вышеуказанных явлений. Аккреция вещества на компактные звезды приводит к рождению электронно-позитронной пары с появлением дополнительных частиц из вакуума, обладающих положительной гравитационной энергией. Последующая аннигиляция пары e^+e^- высвобождает частицы с отрицательной гравитационной массой [11], которые выбрасываются в свободное глубокое пространство и создают там антигравитационный вакуум с отрицательным давлением. Возможность существования тела с отрицательной массой рассматривалась в теории относительности [18]. Частицы с положительной энергией образуют гало компактных звезд и рассматривается их возможный вклад в темную материю.

Фотоны согласно МРП, имеющие положительную массу покоя в гравитационном поле, концентрируются вокруг массивных звезд и черных дыр. В обзоре [19] обсуждаются различные режимы, при которых фотон имеет ненулевую массу. В квантовой нелинейной среде фотоны взаимодействуют друг с другом настолько сильно, что начинают действовать так, как будто у них есть масса, и связываются вместе, образуя молекулы [20].

В качестве альтернативы Черным Дырам была предложена гравитационная модель гравастар (от gravitational vacuum star), или гравитационная конденсированная звезда [21, 22]. Такой объект соответствует решению уравнения Эйнштейна, которое вне области, занятой массами, совпадает с решением Шварцшильда. Внутри гравастара находится другое, неособое решение, так что метрика в целом получается неособой. Гравастар имеет структуру, аналогичную структуре пузыря. Этот пузырь имеет плотную жесткую оболочку, которая находится под напряжением из-за жидкого вещества, раздвигающего его изнутри. Общий тонкостенный формализм разработан и применяется для исследования движения различных оболочечных структур, возникающих в ходе фазовых переходов в очень ранней Вселенной [23, 24]. Регулярное

сверхпроводящее решение для внутренней части вращающейся частицы Керра-Ньюмана для параметров электрона представляет собой сильно сплюснутый вращающийся пузырь, образованный полем Хиггса, которое вытесняет электромагнитное поле и токи из внутренней области к границе доменной стенки пузыря [25]. Внешние поля точно соответствуют решению Керра-Ньюмана, в то время как внутренняя часть пузыря плоская. Наряду с этим обсуждалась оболочечная конфигурация атомных ядер [26]. В настоящей работе мы покажем, что возможен результат для гравастара, когда перенос энергии, как источника гравитационного поля, в вакуум совпадает со свойствами микромира.

2. (TS)-ВРАЩЕНИЕ В МОДЕЛИ РАСШИРЕННОГО ПРОСТРАНСТВА

В пространстве Минковского $M(1,3)$ 4-вектор энергии и импульса

$$\tilde{p} = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z \right)$$

ассоциируется с каждой частицей [2]. В расширенном пространстве $G(1,4)$ [6-8] он дополняется до 5-вектора

$$\bar{p} = \left(\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z, mc \right),$$

где m – масса покоя частицы. В пустом пространстве в фиксированной системе отсчета существуют два типа различных объектов с нулевой и ненулевой массами. В пространстве $G(1,4)$ им соответствуют 5-векторы

$$\bar{p}_f = \left(\frac{\hbar\omega}{c}, \frac{\hbar\omega}{c}, 0 \right)$$

и

$$\bar{p}_m = (mc, 0, mc). \tag{1}$$

Для простоты мы записали эти векторы в $(1+2)$ -мерном пространстве. Вектор \bar{p}_f описывает фотон с энергией $\hbar\omega$ и со скоростью c . Вектор \bar{p}_m описывает неподвижную частицу. Далее рассмотрим движение фотона.

При гиперболическом вращении на угол ϕ_{TS} в плоскости (TS)

$$\begin{aligned} \frac{E'}{c} &= \frac{E}{c} \cosh \phi_{TS} + p_s \sinh \phi_{TS}, \quad P' = P, \\ p'_s &= p_s \cosh \phi_{TS} + \frac{E}{c} \sinh \phi_{TS} \end{aligned} \tag{2}$$

вектор фотонов (1) преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\hbar\omega}{c}, \frac{\hbar\omega}{c}, 0 \right) &\rightarrow \left(\frac{\hbar\omega}{c} \cosh \phi, \frac{\hbar\omega}{c}, \frac{\hbar\omega}{c} \sinh \phi \right) = \\ &\left(\frac{\hbar\omega}{c} n, \frac{\hbar\omega}{c}, \frac{\hbar\omega}{c} \sqrt{n^2 - 1} \right). \end{aligned} \tag{3}$$

В МРП это вращение связано с движением фотона в среде во вложенном трехмерном пространстве с показателем преломления $n > 1$. В таких областях скорость света снижается. Параметр n связывает скорость света в вакууме со скоростью света в среде v как

$$n = c/v. \tag{4}$$

Согласно концепции, что 5-я координата является интервалом в $(1+3)$ -измерениях, фотон приобретает массу покоя

$$M = \frac{\hbar\omega}{c^2} \sinh \phi = \frac{\hbar\omega \sqrt{n^2 - 1}}{c^2}$$

в гравитационном поле встроеного пространства-времени.

В дополнение к (TS)-вращению 5-импульсов (2) в МРП есть (XS)-вращение

$$\frac{E'}{c} = \frac{E}{c}, \quad P' = P \cosh \phi_{XS} + p_s \sinh \phi_{XS},$$

$$p'_s = p_s \cosh \phi_{XS} + P \sinh \phi_{XS}.$$

С помощью этих преобразований от компонент 5-импульса фотона \bar{p}_f в плоском расширенном пространстве можно перейти к компонентам его 4-импульса в произвольном 4-мерном пространстве [11]:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\hbar\omega}{c}, \frac{\hbar\omega}{c}, 0 \right) &\rightarrow \\ &\rightarrow \left(\frac{\hbar\omega}{c} F^T(x_i), \frac{\hbar\omega}{c} F^P(x_i), \frac{\hbar\omega}{c} F^S(x_i) \right), \end{aligned}$$

где $F^T(x)$, $F^P(x)$, $F^S(x)$ – функции координат.

Преобразования не являются коммуникативными относительно углов поворота ϕ_{TS} и ϕ_{XS} :
 $(TS) - (XS) \neq (XS) - (TS)$.

В случае материальной частицы к ним добавляется преобразование (TX).

3. ПРИНЦИП СТАЦИОНАРНОГО ИНТЕГРАЛА ЭНЕРГИИ ФОТОНА

В работах [4, 6] предложен вариационный принцип стационарного интеграла энергии фотона без нарушения лоренц-инвариантности. В нем интервал в псевдоримановом пространстве-времени с метрическими коэффициентами \tilde{g}_{11} :

$$ds^2 = \tilde{g}_{ij} dx^i dx^j$$

после подстановки

$$\tilde{g}_{11} = \rho^2 g_{11}, \quad \tilde{g}_{1k} = \rho g_{1k}, \quad \tilde{g}_{kq} = g_{kq}$$

переписывается в форме

$$ds^2 = \rho^2 g_{11} dx^{12} + 2\rho g_{1k} dx^1 dx^k + g_{kq} dx^k dx^q.$$

Здесь ρ – некоторая величина, которая принимается равной 1. Полагая, что x^1 это время, координаты с индексами $k, q = 2, 3, 4$ – пространственные координаты, и рассматривая ρ как энергию светоподобной частицы при $ds = 0$, представим ее в виде

$$\rho = \left(g_{11} \frac{dx^1}{d\mu} \right)^{-1} \left\{ -g_{1k} \frac{dx^k}{d\mu} + \sigma \left[(g_{1k} g_{1q} - g_{11} g_{kq}) \frac{dx^k}{d\mu} \frac{dx^q}{d\mu} \right]^{1/2} \right\}, \quad (5)$$

где $\sigma = \pm 1$ и μ аффинный параметр. Частные производные по координатам есть

$$\frac{\partial \rho}{\partial x^\lambda} = -\frac{1}{2u_1 u^1} \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^\lambda} u^i u^j, \quad (6)$$

где $u^i = dx^i/d\mu$ вектор 4-скорости. Частными производными по компонентам u^i будут

$$\frac{\partial \rho}{\partial u^\lambda} = -\frac{u_\lambda}{u_1 u^1}. \quad (7)$$

При $g_{11} = 0$ и $g_{1k} \neq 0$ хотя бы для одого к энергия принимает форму

$$\rho = \frac{g_{kq} u^k u^q}{2u_1 u^1}.$$

В этом случае частные производные ρ совпадают с (6) и (7).

Для свободного перемещения частицы Лагранжиан принимается в виде

$$L = -\rho, \quad (8)$$

соответствуя соотношению [27]:

$$\rho = u^\lambda \frac{\partial L}{\partial u^\lambda} - L.$$

Частные производные Лагранжиана дают канонические импульсы

$$p_\lambda = \frac{\partial L}{\partial u^\lambda} = \frac{u_\lambda}{u^1 u_1} \quad (9)$$

и силы

$$F_\lambda = \frac{\partial L}{\partial x^\lambda} = \frac{1}{2u^1 u_1} \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^\lambda} u^i u^j. \quad (10)$$

Компонентами ассоциированного вектора канонических импульсов являются

$$p^\lambda = \frac{u^\lambda}{u^1 u_1}. \quad (11)$$

Физическая энергия и импульсы фотона с частотой ω в пространстве-времени Минковского при аффинном параметре $\mu = ct$ образуют контравариантный 4-вектор импульсов $\pi^i = (\hbar\omega/c)u^i$. Для произвольного аффинного параметра он переписывается как

$$\pi^i = \frac{\hbar\omega}{c} \frac{u^i}{u^1}. \quad (12)$$

И в псевдоримановом пространстве-времени аналогичным энергии и импульсу фотона ставятся в соответствие компоненты контравариантного вектора импульсов. Определенное фиксированное значение частоты фотона ω_0 задается соотношением $\omega = \omega_0/u_1$. Сравнивая выражения (11) и (12), получаем

$$\pi^i = \frac{\hbar\omega_0}{c} p^i. \quad (13)$$

Это позволяет нам выбрать Лагранжиан фотона $L_p = \hbar\omega_0 L$. Компоненты вектора

$$F^{jk} = g^{kj} F_\lambda^j \quad (14)$$

связанные с (10), при таком подходе, пропорциональны гравитационным силам:

$$Q^j = \hbar\omega_0 F^j, \quad (15)$$

который действует на фотон. То есть, хотя непрямолинейное движение частицы в пространстве-времени согласно общей теории относительности обусловлено его кривизной, отождествляемой с гравитационным полем, мы, исследуя движение в координатной системе отсчета, рассматриваем аналогию с действием сил на частицу.

С учетом равенства (8) уравнения движения можно найти с помощью принципа Гамильтона из вариации интеграла энергии

$$S = \int_{\mu_0}^{\mu_1} L d\mu = -\int_{\mu_0}^{\mu_1} \rho d\mu,$$

где μ_0, μ_1 – значения аффинного параметра в точках, связанных найденной экстремальной кривой. Энергия Q ненулевая, ее вариации оставляют интервал светоподобным, а применение стандартной вариационной процедуры дает уравнения Эйлера-Лагранжа

$$\frac{d}{d\mu} \frac{\partial \rho}{\partial u^\lambda} - \frac{\partial \rho}{\partial x^\lambda} = 0. \quad (16)$$

Полученные уравнения изотропной критической кривой могут быть переписаны в виде

$$\frac{dp_\lambda}{d\mu} - F_\lambda = 0. \quad (17)$$

4. ЭНЕРГИЯ И ИМПУЛЬС ЧАСТИЦЫ, ПЕРЕДАВАЕМЫЕ В ГРАВИТАЦИОННОМУ ПОЛЮ

В соответствии с законами сохранения вектор энергии и импульса системы, включающей частицу и создаваемое ею гравитационное поле, обозначаемый \vec{p}^k , может быть записан как сумма импульса и энергии самой частицы p^k и передаваемых ею гравитационное полю: \vec{p}^k . Вектор \vec{p}^k изменяется под действием силы от источника гравитации:

$$\frac{d\vec{p}^k}{d\mu} = \frac{dp^k}{d\mu} + \frac{d\vec{p}^k}{d\mu} = F^k.$$

Переходя в уравнениях (17) к ассоциированным каноническим моментам и силам, получаем

$$F^k = \frac{dp^k}{d\mu} + g^{k\lambda} \frac{dg_{\lambda i}}{d\mu} p^i.$$

Сравнивая два выражения для F^k и переходя к частным производным метрических коэффициентов, находим скорость обмена энергией и импульсом между частицей и гравитационным полем

$$\frac{d\vec{p}^k}{d\mu} = g^{k\lambda} \frac{\partial g_{\lambda i}}{\partial x^j} u^j p^i.$$

При рассмотрении динамики одной частицы этот вектор является аналогом псевдотензора, используемого в законах сохранения в тензорной форме.

Из законов сохранения следует, что сила, действующая на систему, включая частицу и создаваемое ею гравитационное поле, равна по величине и противоположна по знаку силе, действующей на систему источника гравитации со стороны системы частиц. Это эквивалентно выполнению третьего закона Ньютона. Его следование ньютоновскому пределу тяготения означает равенство пассивной и активной гравитационных масс.

5. СРАВНЕНИЕ ПРИНЦИПА ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ, ВАРИАЦИИ ИНТЕГРАЛА ЭНЕРГИИ И ФЕРМА

Выясним, соответствует ли предложенный вариационный метод принципу Ферма, который

для стационарного гравитационного поля [2] сформулирован следующим образом

$$\delta \int \frac{1}{g_{11}} (dl + g_{1k} dx^k) = 0,$$

где dl является элементом пространственного расстояния вдоль луча

$$dl^2 = \left(\frac{g_{1p} g_{1q}}{g_{11}} - g_{pq} \right) dx^p dx^q.$$

Сравнивая подынтегральное выражение

$$df = \frac{1}{g_{11}} (dl + g_{1k} dx^k) \quad (18)$$

с уравнением (5), запишем

$$\frac{df}{d\mu} = \rho u^1. \quad (19)$$

Нулевые геодезические и экстремальные кривые интеграла энергии для светоподобной частицы идентичны в статическом пространстве-времени [5, 11]. В работе [28] предложен обобщенный принцип Ферма и показано, что полученные кривые являются нулевыми геодезическими. Применен принцип минимума Понтрягина теории оптимального управления и получен эффективный Гамильтониан для движения светоподобных частиц в искривленном пространстве-времени. Динамические уравнения для этого Гамильтониана являются

$$Q = u^1$$

и

$$\frac{d}{d\mu} \left(\frac{\partial Q}{\partial x^q} \right) - \frac{\partial Q}{\partial x^q} - \frac{\partial Q}{\partial x^1} \frac{\partial Q}{\partial x^q} = 0. \quad (20)$$

Функция Q совпадает с следующим из (18) выражением для $df/d\mu$ при условии, что метрические коэффициенты также зависят от времени. Получаемое из (19) выражение для энергии $\rho = Q/u^1$, подставленное в уравнения Эйлера-Лагранжа (16), дает

$$\frac{1}{u^1} \frac{d}{d\mu} \left(\frac{\partial Q}{\partial u^q} \right) - \frac{1}{(u^1)^2} \frac{\partial Q}{\partial u^q} \frac{du^1}{d\mu} - \frac{1}{u^1} \frac{\partial Q}{\partial x^q} = 0. \quad (21)$$

Уравнение Эйлера-Лагранжа для временной координаты, полученное из принципа вариации интеграла энергии, приводится к виду

$$\frac{du^1}{d\mu} + \frac{u^1}{2u_1} \frac{\partial g_{ij}}{\partial x^1} u^i u^j = 0.$$

Сравнивая ее с уравнениями (7) запишем

$$\frac{du^1}{d\mu} = (u^1)^2 \frac{\partial(Q/u^1)}{\partial x^1} = u^1 \frac{\partial Q}{\partial x^1}.$$

Подстановка этого выражения в (21) и умножение его на u^1 дает уравнения (20), что подтверждает согласованность принципа экстремального интеграла энергии светоподобной частицы и обобщенного принципа Ферма.

6. ДИНАМИКА ФОТОНОВ В ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ ШВАРЦШИЛЬДА

6.1. СФЕРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ

Центрально-симметричное гравитационное поле в свободном пространстве описывается метрикой Шварцшильда. В сферических координатах $x^i = (\tau, r, \theta, \varphi)$ при $\tau = ct$ его линейный элемент равен

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) d\tau^2 - \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (22)$$

где α – постоянная. Чтобы найти движение фотона, мы решаем уравнения Эйлера-Лагранжа, которые дают для Лагранжиана (8) решение, идентичное геодезическим. В плоскости $\theta = \pi/2$ уравнения (17) с каноническими импульсами (9) и силами (10) имеет [4, 5, 11] решение:

$$\frac{d\tau}{d\mu} = 1, \quad \frac{d\varphi}{d\mu} = \frac{B}{r^2} \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right), \quad (23)$$

где B – константа. Подставляя эти значения в уравнение $ds = 0$ находим

$$\frac{dr}{d\mu} = \pm \left[\left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^2 - \left(\frac{B}{r}\right)^2 \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^3 \right]^{1/2}. \quad (24)$$

Значение координатной скорости в удаленной системе отсчета

$$v = \sqrt{\left(r \frac{d\varphi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dr}{dt}\right)^2} = c \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right).$$

Каноническими импульсами для поля Шварцшильда будут

$$p_1 = 1, \quad p_2 = \mp \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)} \sqrt{1 - \frac{B^2}{r^2} \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)}$$

$$p_3 = 0, \quad p_4 = -B.$$

Ненулевые компоненты контравариантного вектора импульсов задаются формулой

$$p^1 = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1},$$

$$p^2 = \pm \sqrt{1 - \frac{B^2}{r^2} \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)}, \quad p^4 = \frac{B}{r^2}.$$

Физическая энергия и импульс отождествляются с контравариантным 4-вектором, так как в пределе пространства Минковского он имеет компоненты импульса со знаком, совпадающим с направлением движения.

6.2. ПРЯМОУГОЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ

Рассматривая нерадиальное движение, во избежание появления фиктивной составляющей импульсов и силы из-за сферичности системы координат мы используем метрику Шварцшильда в прямоугольных координатах [4, 5, 11]. К изотропной форме метрики можно перейти от ее сферической формы (22) с помощью преобразования

$$r = \left(1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^2 \bar{r}, \quad (25)$$

получив

$$ds^2 = c^2 \left(\frac{1 - \frac{\alpha}{4\bar{r}}}{1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}} \right)^2 dt^2 - \left(1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^4 (dx^2 + dy^2 + dz^2), \quad (26)$$

$$\left(1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^4 (dx^2 + dy^2 + dz^2),$$

где (t, x, y, z) есть прямоугольная система координат и $\bar{r} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Будем рассматривать движение в плоскости $z = 0$ и искать силу, действующую на частицу в точке $(t, x, 0, 0)$, которая соответствует значению угловой координаты $\varphi = 0$ в сферической системе отсчета. Преобразования координат в плоскости будут следующие:

$$x = \bar{r} \cos \varphi, \quad y = \bar{r} \sin \varphi.$$

Ненулевыми пространственными компонентами 4-скорости являются

$$\bar{u}^2 = \frac{dx}{d\mu} = \frac{d\bar{r}}{d\mu}, \quad \bar{u}^3 = \frac{dy}{d\mu} = \frac{d\varphi}{d\mu} \bar{r}.$$

Из преобразования (25) следует

$$dr = \left(1 - \frac{\alpha^2}{16\bar{r}^2}\right) d\bar{r}. \quad (27)$$

Уравнения (24)-(25) приносят

$$\bar{u}^1 = 1, \quad \bar{u}_1 = \left(\frac{1 - \frac{\alpha}{4\bar{r}}}{1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}}\right), \quad (28)$$

$$\bar{u}^2 = \pm \frac{\left(1 - \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right) \left[1 - \frac{B^2 \left(1 - \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^2}{\bar{r}^2 \left(1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^6}\right]^{1/2}}{\left(1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^3}, \quad (29)$$

$$\bar{u}^3 = \frac{B \left(1 - \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^2}{\bar{r} \left(1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^6}. \quad (30)$$

Подстановка этих скоростей в (11) дает компоненты ассоциированного вектора канонических импульсов

$$\bar{p}^1 = \left(\frac{1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}}{1 - \frac{\alpha}{4\bar{r}}}\right),$$

$$\bar{p}^2 = \pm \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha}{16\bar{r}^2}\right)} \left[1 - \frac{B^2 \left(1 - \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^2}{\bar{r}^2 \left(1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^6}\right]^{1/2},$$

$$\bar{p}^3 = \frac{B}{\bar{r} \left(1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^4}.$$

Переходя обратно от переменной \bar{r} к r , запишем в соответствии с уравнением (13) значение энергии и импульса фотона в удаленной системе координат

$$E = \hbar\omega_0 \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1},$$

$$\bar{P} = [(\bar{p}^2)^2 + (\bar{p}^3)^2]^{1/2} = \frac{1}{\left(1 - \frac{\alpha}{16\bar{r}^2}\right)} \frac{\hbar\omega_0}{c},$$

где ω_0 – частота фотона на бесконечности на мировой линии с неограниченным r . Переходя к масштабу длины сферической системы отсчета с учетом уравнения (27) получим $P = \hbar\omega_0/c$.

С учетом аналогии геометрической оптики с гравитацией [6-8, 28] показатель преломления (4) задается формулой

$$n = \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)^{-1}.$$

Запишем четырехмерный импульс после вращения в плоскости (TS) в пространстве $G(1,4)$ (3) согласно МРП:

$$\left(\frac{E}{c}, P, p_s\right) = \left(\frac{\hbar\omega}{c \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)}, \frac{\hbar\omega}{c}, \frac{\hbar\omega [\alpha(2r - \alpha)]^{1/2}}{c(r - \alpha)}\right).$$

Получено совпадение энергии и импульса во вложенном четырехмерном пространстве-времени с результатом, который приносит вариационный принцип стационарного интеграла энергии фотона в поле Шварцшильда.

6.3. СИЛЫ И ГРАВИТАЦИОННАЯ МАССА ФОТОНА

В сферических координатах ненулевые компоненты вектора канонических сил (10) и ассоциированного вектора F^{jk} (14) имеют вид

$$F_2 = \frac{\alpha}{r^2 \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right)} - \frac{B^2}{r^3} + \frac{\alpha B^2}{2r^4},$$

$$F^2 = -\frac{\alpha}{r^2} + \frac{B^2}{r^3} \left(1 - \frac{\alpha}{r}\right) \left(1 - \frac{\alpha}{2r}\right). \quad (31)$$

При гравитационной постоянной G , активной гравитационной массе M и $\alpha = 2GM$ первый член F^2 дает (15) для радиального движения ($B = 0$) удвоенную Ньютоновскую силу тяжести, действующую на фотон

$$Q^2 = -\hbar\omega_0 \frac{\alpha}{r^2}.$$

Это соответствует пассивной гравитационной массе фотона

$$m_{sp} = 2\hbar\omega_0. \quad (32)$$

Рассматривая нерадиальное движение, мы используем метрику Шварцшильда в прямоугольных координатах (26). Подставляя ненулевые 4-скоростные компоненты (28) - (30) в (10), находим ненулевую составляющую вектора силы (15), действующей на фотон:

$$\bar{Q}^2 = -\hbar\omega_0 \frac{\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{8\bar{r}}\right)}{\bar{r}^2 \left(1 + \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)^5 \left(1 - \frac{\alpha}{4\bar{r}}\right)}.$$

С учетом преобразования (25) она переписывается как

$$\bar{Q}^2 = -\hbar\omega_0 \frac{\alpha \left(1 - \frac{\alpha}{8r}\right)}{r^2 \left(1 - \frac{\alpha^2}{16r^2}\right)}.$$

Ее величина не зависит от направления движения фотона. Эта формула отличается от силы в сферических координатах (31), поскольку выражение для канонической силы (10) нековариантно, то есть при таком подходе сила тяжести, действующая на фотон, зависит от выбора системы координат. Однако в пределе слабой гравитации они асимптотически сходятся и дают закон тяготения Ньютона с пассивной гравитационной массой фотона $2\hbar\omega_0$ (32). Это соответствует отклонению света в центральном гравитационном поле, которое в два раза больше, чем дает теория гравитации Ньютона.

Полученная гравитационная масса светоподобной частицы не зависит от направления ее движения. Гравитационная масса фотона при малой гравитации равна удвоенной массе материальной частицы, эквивалентной ее энергии. Это соответствует результату Толмана [30] для активной гравитационной массы фотона. Он применил решения уравнения Эйнштейна для электромагнитного поля в случае слабой гравитации для анализа гравитационного взаимодействия светового пакета или пучка с материальной частицей.

Этот результат может иметь следующее применение. При аннигиляции электрона и позитрона энергия, определенная из негравитационных взаимодействий, и импульс сохраняются. Рассмотрим, как изменяется гравитационная масса системы. Хотя точно неизвестно, положительна или отрицательна гравитационная масса позитрона, некоторые оценки дают ее положительное значение [31]. Исходя из этого предположения, суммарная гравитационная масса электрона и позитрона $2m_e$ в два раза меньше гравитационной массы образующихся гамма-квантов $4m_e$. Это ставит вопрос о сохранении массы [32]. Если рассматривать энергию как источник гравитации, то это означает, что при условии ее сохранения при аннигиляции помимо гамма-квантов в

этом процессе должны выделяться частицы g^- , уносящие отрицательную энергию как источник гравитационного поля, то есть имеющие отрицательную гравитационную массу. Процесс аннигиляции будет выглядеть следующим образом

$$e^+ + e^- \rightarrow 2\gamma + 2g^- . \quad (33)$$

Частицы g^- с гравитационной массой

$m_{g^-} = m_e$ не обладают кинетическим импульсом и поэтому их обнаружение стандартными средствами регистрации частиц, например, пузырьковой камерой, не представляется возможным. Однако при прохождении световых пучков через область с отрицательной энергией возникнет эффект расфокусировки, противоположный фокусировке света гравитационной линзой [33].

7. СТРУКТУРА ГРАВАСТАР

В качестве альтернативы Черным Дырам была предложена модель гравастар [21, 22]. Он рассматривается как конечный объект, который образуется в результате процессов распада элементарных частиц. Это статическое сферически симметричное поле с метрикой

$$ds^2 = -f(r)dt^2 + \frac{dr^2}{h(r)} + r^2(d\theta + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (34)$$

В случае изотропной среды и постоянной плотности ε во внутренней области гравастар решение уравнений Эйнштейна приносит плотность $p = -c^2\varepsilon$. Это соответствует метрике де Ситтера с коэффициентами

$$f(r) = Ch(r) = C \left(1 - \frac{r^2}{R_D^2}\right). \quad (35)$$

Здесь R_D радиус кривизны мира де Ситтера, а C - произвольная константа. Радиус кривизны находится в пределах, соответствующих оболочке гравастара $r_1 < R_D < r_2$ и имеет значение $R_D = \sqrt{(r_1)^3 / \alpha}$, где α - радиус Черной Дыры равной массы.

Установлено [34], что оболочка гравастар не может быть идеальной жидкостью. Анизотропные давления в "коре" неизбежны. Анизотропное уравнение Толмана-Оппенгеймера-Волкова может быть использовано для их определения [35].

Вращающийся гравастар может быть стабильным [36]. Наблюдения LIGO гравитационных волн от сталкивающихся объектов не согласуются с концепцией гравистара [37, 38], но это не отрицает его существования в принципе.

Аккреция вещества на компактные звезды вызывает гамма-излучение [39] и создает условия для рождения гамма-лучами электронно-позитронной пары. Эта реакция, обратная (33), происходит при извлечении из вакуума пар частиц g^- и противоположных им по "гравитационному заряду" частиц g^+ . Имеющая отрицательную гравитационную массу, частица g^- поглощается сразу же, оставляя g^+ с положительной гравитационной массой:

$$2\gamma \rightarrow e^+ + e^- + 2g^+.$$

Последующее столкновение позитрона с электроном вызовет аннигиляцию с выделением пары g^- . Гравастар и Черная Дыра будут притягивать частицы g^+ . На g^- компактные звезды действуют как Белые Дыры на частицы с положительной энергией. Они выталкивают их в свободное пространство. В определенном смысле этот процесс обратен излучению Хокинга, которое приводит к испарению Черных Дыр. Частицы g^- инициируют динамику космологического расширения, управляемую антигравитацией [40]. Частицы g^+ могут образовывать гало компактных звезд. Их способность быть частью темной материи зависит от того имеют ли они массу покоя. Если ее нет, то они быстро рассеиваются в космическом пространстве.

8. ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ В СФЕРИЧЕСКИХ ГРАВИТАЦИОННЫХ СИСТЕМАХ

Гравитационная масса сферического тела [2], описываемая метрикой (35) с радиусом r_1 задается формулой

$$M = 4\pi \int_0^{r_1} \varepsilon r^2 dr, \quad (36)$$

где ε собственная плотность материи. Интегрирование выполняется здесь для элемента объема $dV_c = 4\pi r^2 dr$, который соответствует координатной системе отсчета, тогда как в собственной системе отсчета данный элемент объема пространства будет $dV_p = 4\pi r^2 b^{(-1)}(r) dr$. Условие $b(r) < 1$ означает, что гравитационная масса тела меньше суммы отдельно взятых

гравитационных масс составляющих его элементов. Это интерпретируется как передача энергии, как источника гравитационного поля, в вакуум [5]. Полная масса сферического тела определяется следующим образом:

$$M_p = 4\pi \int_0^{r_1} \varepsilon r^2 h^{-1}(r) dr, \quad (37)$$

В терминах МРП в статическом случае вектор энергии-импульса \bar{p} с собственной плотностью вещества $\varepsilon_p = \varepsilon b^{(-1)}(r)$ можно представить в виде 5-вектора

$$\bar{p}_{mt} = (c\varepsilon h^{-1}(r), 0, c\varepsilon h^{-1}(r)).$$

Его гиперболическое вращение в плоскости (TS) (2) на угол $\phi_{TS} = \ln(b(r))$ приносит

$$\bar{p}_{mg} = (c\varepsilon, 0, c\varepsilon).$$

Это вращение соответствует переходу от собственной плотности материи к плотности как источнику гравитации.

Рассматривая массу гравастара, мы предполагаем, что вся она сосредоточена во внутренней области. Решение уравнений Эйнштейна для метрики (34) с коэффициентами (35) дает [21, 22] плотность материи $\varepsilon = (3c^2 / 8\pi G) H_0^2$, где принято обозначение $H_0 = 1/R_D$. Подстановка ε в (36) дает гравитационную массу

$$M = \frac{c^2}{2G} H_0^2 r_1^3. \quad (38)$$

Полная масса (37) оказывается следующей

$$M_p = \frac{3c^2}{2G} \left(-r_1 + \frac{1}{2H_0} \ln \frac{1+H_0 r_1}{1-H_0 r_1} \right).$$

Особый интерес для приложений к микрофизическим объектам представляет возможность возникновения ситуации, когда M_p превышает гравитационную массу в два раза: $M_p = 2M$. Для оболочечных структур это будет происходить при условии $H_0 r_1 = 0.998147$. При нем частица с массой электрона $m_e = 9.1093835 \cdot 10^{-31}$ кг согласно уравнению (38) будет иметь радиус $r_e = 1.3579 \cdot 10^{-57}$ м. Это значение меньше планковской длины на 22 порядка. Он не включает в себя спин, магнитный момент и заряд, но этот результат может быть использован для оценки порядка радиуса электрона с помощью модели гравастар. Наблюдение отдельного электрона в ловушке Пеннинга [41] предполагает, что верхний предел радиуса частицы равен 10^{-22} м.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Канонический 4-импульс фотона задается вариационным принципом стационарного интеграла энергии. Физическая энергия и импульс фотона согласуются с контравариантным 4-импульсом, так как в пределе пространства Минковского он имеет компоненты импульса со знаком, соответствующим направлению движения. Для пространства-времени Шварцшильда результат совпадает с энергией и импульсом во вложенном четырехмерном пространстве-времени, полученными с помощью (TS) -поворота в МРП, что соответствует движению фотона в пространстве с показателем преломления $n > 1$. Оно обеспечивает его локализацию и может рассматриваться как приобретение им массы покоя.

Доказана тождественность решений, даваемых обобщенным принципом Ферма и принципом стационарного интеграла энергии светоподобной частицы для ее скорости. Виртуальные смещения координат сохраняют траекторию нулевой в псевдоримановом пространстве-времени, т.е. не приводят к нарушению Лоренц-инвариантности в локальности и соответствуют вариационным принципам механики. Эквивалентность принципов Ферма и геодезических означает, что использование принципа стационарного интеграла энергии также приводит к геодезическим. По сравнению с принципом Ферма он дает систему уравнений, которая имеет на одно уравнение больше. Это позволяет однозначно определить аффинный параметр и вектор энергии-импульса частицы.

Полученный Лагранжиан задает канонические импульсы частицы и силы, действующие на нее в системе координат. Контравариантный вектор сил сопоставляется с компонентами вектора гравитационной силы. 4-вектор силы не является ковариантным. Значения силы, действующей на частицу, зависят от выбора системы координат, и поэтому величины, определяемые через них, имеют смысл только для слабой гравитации, для которой ее значения асимптотически сходятся в разных системах координат. Аналогия между механикой движения частиц в пространстве Шварцшильда и теорией тяготения Ньютона при этом условии позволяет определить пассивную гравитационную массу фотона, равную

удвоенной массе материальной частицы той же энергии, определяемой из негравитационных взаимодействий. Это соответствует результату Толмана для активной гравитационной массы фотона. Это расхождение говорит о том, что при аннигиляции электрона и позитрона помимо гамма-квантов высвобождаются частицы, обладающие нулевой кинетической энергией и импульсом и уносящие отрицательную энергию как источник гравитационного поля, то есть обладающие отрицательной гравитационной массой.

Эти частицы, вместе с аналогичными частицами с положительной энергией, могут порождаться аккрецией вещества на компактные звезды. В результате положительная энергия поглощается, а отрицательная высвобождается в свободное пространство. Участки, содержащие g^- , характеризуются отрицательным давлением и проявляют свойства антигравитации. Наличие таких областей во Вселенной вызывает ее ускоренное расширение. Способность частиц g^+ быть частью темной материи зависит от того, могут ли они находиться в состоянии покоя.

(TS) -вращение 5-вектора энергии-импульса плотности вещества описывает гравитационный дефект статической массы. Показано, что модель гравастар может быть использована для описания свойств микромира, давая оценку радиуса электрона.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин ДВ. *Оптика*. Москва, Физматлит, 2005, 792 с.
2. Ландау ЛД, Лифшиц ЕМ. *Теория поля*. Москва, Физматлит, 2012, 536 с.
3. Perlick V. Gravitational lensing from a spacetime perspective. *Living Rev. Relativity*, 2004, 7:9.
4. Belayev WB. Application of Lagrange mechanics for analysis of the light-like particle motion in pseudo-Riemann space. arXiv:0911.0614 [gr-qc].
5. Беляев ВБ. *Динамика в общей теории относительности: вариационные методы*. Москва, УРСС, 2017, 216 с.
6. Ципенюк ДЮ, Andreev VA. Расширенное пространство и модель объединенного взаимодействия. *Краткие сообщения по физике ФИАН*, 2000, 6:23-34.
7. Tsipenyuk DYU, Andreev VA. Marriage of electromagnetism and gravity in an extended space model and astrophysical phenomena. Amoroso RL, Kauffman LH, Rowlands P (eds.) *Proc. 8th Vigier symposium "The physics of reality"*. Singapore, World Scientific, 2013:171-182.

8. Андреев ВА, Ципенюк ДЮ. Проблема введения конечного размера и переменной массы фотона. *Инженерная физика*, 2017, 5:17-28.
9. Румер ЮБ. *Исследования по пятимерной оптике*. Москва, УРСС, 2010, 152 с.
10. Tsipenyuk DYu, Andreev VA. Электромагнитное и гравитационное поля в 5-мерной модели расширенного пространства, их локализация и взаимодействие с веществом. *РЭНСИТ*, 2019, 11(2):93-102; doi: 10.17725/rensit.2019.11.093.
11. Tsipenyuk DYu, Belayev WB. Extended space model is consistent with the photon dynamics in the gravitational field. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 2019, 1251:012048.
12. Чернин АД. Тёмная энергия в ближней Вселенной: данные телескопа «Хаббл», нелинейная теория, численные эксперименты. *УФН*, 2013, 56:704-709.
13. Ellis J. Dark matter and dark energy: summary and future directions. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A* 2003, 361:2607.
14. Akrami Y, Kallosh R, Linde A, Vardanyan V. Dark energy, α -attractors, and large-scale structure surveys. *JCAP*, 2018, 1806:041.
15. Karachentsev ID, Telikova KN. Stellar and dark matter density in the Local Universe. *Astronomical notes*, 2018, 339:615.
16. Shafieloo A, L'Huillier B, Starobinsky AA. Falsifying Λ CDM: Model-independent tests of the concordance model with eBOSS DR14Q and Pantheon. *Phys. Rev. D*, 2018, 98:083526.
17. Alam U, Sahni V, Saini TD, Starobinsky AA. Is there supernova evidence for dark energy metamorphosis? *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2004, 354:275.
18. Bondi H. Negative mass in general relativity. *Rev. Mod. Phys.*, 1957, 29:423-428.
19. Rivlin LA. Остановленный свет. (К электродинамике без плоских волн). *Квантовая электроника*, 2003, 33(9):777-797.
20. Firstenberg O, Peyronel T, Liang Q-Y, Gorshkov AV, Lukin MD, Vuletić V. Attractive photons in a quantum nonlinear medium. *Nature*, 2013, 502:71-75.
21. Mazur PO, Mottola E. Gravitational vacuum condensate stars. *PNAS*, 2004, 101:9545.
22. Mazur PO, Mottola E. Cosmological dark energy: prospects for a dynamical theory. *Class. Quantum Grav.*, 2015, 32:215024.
23. Berezin VA, Kuzmin VA, Tkachev II. Dynamics of bubbles in general relativity. *Phys. Rev. D*, 1987, 36:2919.
24. Pannia FAT, Bergliaffa SEP. Evolution of vacuum bubbles embedded in inhomogeneous spacetimes. *JCAP*, 201703:026.
25. Burinskii A. Superconducting source of the Kerr-Newman electron. Efremov AV, Goloskokov SV (eds.) *Proc. of the XIII Adv. Res. Workshop on HEP*, Dubna, 2010:439-442.
26. Fan X-H, Yong G-C, Zuo W. Probing nuclear bubble configurations by proton-induced reactions. *Phys. Rev. C*, 2019, 99:041601(R).
27. Ландау АД, Лифшиц ЕМ. *Механика*. Москва, Физматлит, 2012, 536 с.
28. Frolov VP. Generalized Fermat's principle and action for light rays in a curved spacetime. *Phys. Rev. D*, 201388:064039.
29. Okun LB. Photons and static gravity. *Mod. Phys. Lett. A*, 2000,15:1941.
30. Толмен Р. *Относительность, термодинамика и космология*. Москва, Наука, 1974, 320 с.
31. Kalaydzhyan T. Gravitational mass of positron from LEP synchrotron losses. *Sci. Rep.*, 2016, 6:30461.
32. Ципенюк ДЮ. Неизотропные объекты в расширенном пространстве. *Инженерная физика*, 2017, 6:20-28.
33. Ципенюк ДЮ, Андреев ВА. Оболочечные объекты в модели расширенного пространства и механизм образования темной материи. *Краткие сообщения по физике ФИАН*, 2004, 9:13-25.
34. Visser M, Wiltshire DL. Stable gravastars - an alternative to black holes? *Class. Quant. Grav.*, 2004, 21:1135.
35. Cattoen C, Faber T, Visser M. Gravastars must have anisotropic pressures. *Class. Quant. Grav.*, 2005, 22:4189.
36. Chirenti C, Rezzolla L. On the ergoregion instability in rotating gravastars. *Phys. Rev. D*, 2008, 78:084011.
37. Chirenti C, Rezzolla L. Did GW150914 produce a rotating gravastar? *Phys. Rev. D*, 2016, 94:084016.
38. Cardoso V, Franzin E, Pani P. Is the gravitational-wave ringdown a probe of the event horizon? *Phys. Rev. Lett.*, 2016, 116:171101.
39. Bednarek W. Gamma-rays from the vicinity of accreting neutron stars inside compact high-mass X-ray binaries. *A&A*, 2009, 495(3):919-929.
40. Tsipenyuk DYu, Andreev VA. Dark matter and condensed bubble object formation in the 5d extended space model. *Gravitat. Cosmol.*, 2006, 12 (2-3):235-238.
41. Dehmelt HA. Single atomic particle forever floating at rest in free space: new value for electron radius. *Phys. Scr.*, 1988, 22:102-110.

Ципенюк Дмитрий Юрьевич

к.ф.-м.н., с.н.с.

Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

Москва 119991, Россия

tsip@kapella.gpi.ru

Беляев Владимир Борисович

н.с.

Центр релятивистической и астрофизики, НИИ

электрофизической аппаратуры им. Д.В. Ефремова

Санкт-Петербург 196641, Россия

wbelayev@yandex.ru.