

DOI: 10.17725/rensit.2019.11.357

Устранение несанкционированного доступа к частотному ресурсу геостационарного спутника-ретранслятора

¹Сухов А.В., ²Товбин А.А., ³Осипов В.В.

¹Московский авиационный институт, <https://mai.ru/>
Москва 125993, Российская федерация

²Научно-исследовательский центр информатики МИД России, <https://newnici.mid.ru/>
Москва 119200, Российская федерация

³Центр визуализации и спутниковых информационных технологий, НИИ системных исследований РАН, <https://www.niisi.ru/>
Москва 117218, Российская федерация

E-mail: subor@g-tl.ru, 195555@list.ru, kt-mati@mail.ru

Поступила 28.08.2019, рецензирована 16.09.2019, принята 30.09.2019

Представлена действительным членом РАЕН В.В. Колесовым

Аннотация. Приведена методика устранения несанкционированного использования канала передачи информации через геостационарный спутник-ретранслятор, основанная на анализе его информационного ресурса. В основе методического подхода лежит применение дифференциальной энтропии. Сформулировано определение информационного частотного ресурса, описаны его свойства. Приведена методика расчёта апостериорной плотности вероятности вектора координат несанкционированного радиоэлектронного средства с целью расчёта информационного частотного ресурса геостационарного спутника-ретранслятора.

Ключевые слова: мониторинг радиочастотного спектра, информационная модель, помеховое воздействие, электромагнитная совместимость, энтропия

УДК: 681.513.6

Благодарности. Работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН (выполнение фундаментальных научных исследований ГП 14) по теме № 0065-2019-0001 "Математическое обеспечение и инструментальные средства для моделирования, проектирования и разработки элементов сложных технических систем, программных комплексов и телекоммуникационных сетей в различных проблемно-ориентированных областях" (AAAA-A19-119011790077-1).

Для цитирования: Сухов А.В., Товбин А.А., Осипов В.В. Устранение несанкционированного доступа к частотному ресурсу геостационарного спутника-ретранслятора. *РЭНСИТ*, 2019, 11(3):357-368; DOI: 10.17725/rensit.2019.11.357.

Eliminating unauthorized access to the frequency resource of the geostationary satellite repeater

Andrey V. Sukhov

Moscow Aviation Institute, <https://mai.ru/>
Moscow 125993, Russian Federation

Anton L. Tovbin

Informatics Research Center at the Ministry of Foreign Affairs of Russia, <https://newnici.mid.ru/>
Moscow 119200, Russian Federation

Vladislav V. Osipov

Scientific Research Institute for System Analysis of the Russian Academy of Sciences
Moscow 117218, Russian Federation

E-mail: subor@g-tl.ru, 195555@list.ru, kt-mati@mail.ru

Received 28.08.2019, peer reviewed 16.09.2019, accepted 30.09.2019

Abstract. The technique of elimination of unauthorized use of the information transmission channel through the geostationary satellite repeater, based on the analysis of its information resource. The methodological approach is based on the application of differential entropy. The definition of information frequency resource is formulated, its properties are described. The method of calculating the a posteriori probability density of the coordinate vector of an unauthorized radio electronic means for the purpose of calculating the information frequency resource of the geostationary repeater satellite is presented.

Keyword: spectrum monitoring, information model, interference effect, electromagnetic compatibility, entropy.

УДК: 681.513.6

Acknowledgments. This work was carried out as part of the state assignment of the Federal State Institution Scientific Center for Research and Development of the Russian Academy of Sciences (RAS) (basic research 14) on the topic No. 0065-2019-0001 "Software and tools for modeling, designing and developing elements of complex technical systems, software systems and telecommunication networks in various problem-oriented areas "(AAAA-A19-119011790077-1).

For citation: Andrey V. Sukhov, Anton L. Tovbin, Vladislav V. Osipov. Eliminating unauthorized access to the frequency resource of the geostationary satellite repeater. *RENSIT*, 2019, 11(3):357-368; DOI: 10.17725/rensit.2019.11.357.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ (358)
 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ (359)
 3. ОЦЕНКА ВЕКТОРА КООРДИНАТ НЕСАНКЦИОНИРОВАННОЙ ПЕРЕДАЮЩЕЙ СТАНЦИИ (359)
 4. ИНФОРМАЦИОННЫЙ ЧАСТОТНЫЙ РЕСУРС СПУТНИКА (361)
 5. ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ НЕСАНКЦИОНИРОВАННОЙ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ СТАНЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППРОКСИМАЦИИ АПОСТЕРИОРНОЙ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ НА ПРЯМОУГОЛЬНОЙ РЕШЕТКЕ ИДЕКСОВ (363)
 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ (367)
- ЛИТЕРАТУРА (367)

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время с развитием потребностей в глобальном информационном обмене между многочисленными пользователями всё больше информации передаётся через геостационарные спутники ретрансляторы (ГСР). Использование такого способа информационного обмена особенно удобно при передаче информации на большие расстояния, в условиях достаточно продолжительных сеансов информационного

обмена и при передаче достаточно больших объёмов информации.

Но не всегда такие каналы действуют санкционированно. С развитием компьютерных технологий всё больше возможностей появляется по вскрытию защиты сетей информационного обмена и получению несанкционированного доступа к каналам передачи информации (КПИ). Борьбу с несанкционированным использованием КПИ с ГСР возможно организовать с применением одного или двух ГСР и связанных с ними земных контрольных станций (ЗКС). С использованием ЗКС производится определение координат несанкционированной радиоэлектронной станции (НРЭС), протоколируется сеанс несанкционированного доступа и подготавливается заявка в Бюро радиосвязи Международного сообщества электросвязи (МСЭ), на основании которой принимаются административные меры по недопущению работы НРЭС. Такой проблемной для настоящего времени ситуации по определению координат передатчика различными методами посвящено достаточно много публикаций [1-4 и др.].

В настоящей статье рассматривается сценарий определения координат НРЭС с применением одного ГСР и одной сопряжённой с ним ЗКС (ЕКС).

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КАНАЛА ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ

Схема информационного взаимодействия показана на рис. 1. На этом рисунке также показан санкционированный КПИ между первой и второй земными станциями (ЗС) - ES1 и ES2.

Передачик НРЭС (URES) использует частотный ресурс ГСР (GST) и является по существу источником помехи. Определить его координаты возможно по небольшому доплеровскому сдвигу принимаемой частоты, образуемому вследствие постоянного движения ГСР в некоторой области пространства относительно заданной для него позиции на геостационарной орбите. Такие смещения составляют десятки километров [1] и траектория движения ГСР известна.

Рассмотрим феноменологическую модель канала передачи информации, для которой важными факторами являются сигнал, поступающий на вход приёмника контрольной земной станции, координаты передатчика и частота несущей сигнала, излучаемого передатчиком.

В соответствии с [5] уравнение наблюдения имеет вид:

$$z(t) = U(t) \cos(\omega_T t + \varphi(t)) + n(t), \tag{1}$$

где $U(t)$ – амплитуда сигнала; $n(t)$ – канальный аддитивный белый гауссовский шум с характеристиками: математическое ожидание

$$M(n(t)) = 0, \tag{2}$$

дисперсия (второй центральный момент)

$$M(n(t_2)n(t_1)) = \sigma_n^2 = N_0 / 2\delta(t_2 - t_1), \tag{3}$$

N_0 – односторонняя спектральная плотность мощности шума, $\delta(\cdot)$ – дельта-функция; плотность распределения канального шума:

$$p(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n}} e^{-\frac{n^2}{2\sigma_n^2}}, \tag{4}$$

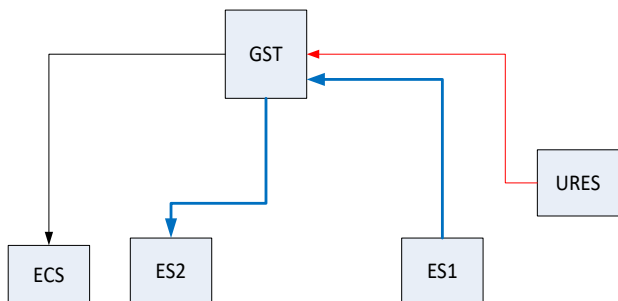


Рис. 1. Схема информационного обмена через ГСР.

$\varphi(t)$ – случайный фазовый сдвиг, определяемый двойным доплеровским сдвигом частоты на трассах распространения сигнала передатчик НРЭС-ГСР и ГСР – земная приёмная станция, и описываемый в соответствии с моделями параметров радиотехнических сигналов, представленными в [6], уравнением состояния:

$$\begin{cases} \dot{\varphi}(t) = \omega(t), \\ \dot{\omega}(t) = -\alpha\omega(t) + n_\omega(t), \end{cases} \tag{5}$$

n_ω – параметрический гауссовский шум, описываемый аналогично (2) – (4) с нулевым математическим ожиданием и с дисперсией (среднеквадратическим отклонением) σ_ω^2 .

Для оценки местоположения источника несанкционированного сигнала используются результаты измерения частоты на контрольной земной станции. Частота принимаемого сигнала f_R связана с координатами передающей станции r_T выражением [1, 3, 4]:

$$f_R = \left[f_T \left(1 + \frac{v_s^t (r_T - r_s)}{c \|r - r_s\|} \right) + \Delta_f \right] \left(1 + \frac{v_D}{c} \right), \tag{6}$$

где: f_R – несущая частота принимаемого сигнала, f_T – несущая частота передаваемого сигнала, v_s – вектор скорости спутника в период наблюдения $v_s^t = (\dot{x}_s, \dot{y}_s, \dot{z}_s)$, r_s – вектор позиции спутника в период наблюдения $r_s^t = (x_s, y_s, z_s)$, r_T – вектор позиции передатчика $r_T^t = (x_T, y_T, z_T)$, Δ_f – смещение частоты в ретрансляторе спутника; v_D – скалярная скорость изменения дальности между спутником и приемником, c – скорость распространения сигнала, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, верхний индекс t означает алгебраическую операцию транспонирования.

Для определения векторов r_s и r_T используется декартова геоцентрическая система координат.

3. ОЦЕНКА ВЕКТОРА КООРДИНАТ НЕСАНКЦИОНИРОВАННОЙ ПЕРЕДАЮЩЕЙ СТАНЦИИ

Для определения координат несанкционированного передатчика будем использовать выражение (6).

Для частоты принимаемого сигнала с учётом выражения (1) и с учётом того, что частота является производной по времени от фазы сигнала справедливо:

$$f_R = \frac{1}{2\pi}(\omega_T + \dot{\varphi}(t)). \quad (7)$$

В качестве системы координат будем использовать геоцентрическую декартову систему координат. В этой системе координат разность векторов позиций ГСР и передатчика имеет следующее представление:

$$r_T - r_s = \begin{pmatrix} x_T - x_s \\ y_T - y_s \\ z_T - z_s \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Норма разности этих векторов имеет вид:

$$\|r_T - r_s\| = \sqrt{(x_T - x_s)^2 + (y_T - y_s)^2 + (z_T - z_s)^2} \quad (9)$$

С учётом (7) – (9) выражение (6) примет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi}(\omega_T + \dot{\varphi}(t)) = \\ & = \left[f_T \left(1 + \frac{\dot{x}_s(x_T - x_s) + \dot{y}_s(y_T - y_s) + \dot{z}_s(z_T - z_s)}{c\sqrt{(x_T - x_s)^2 + (y_T - y_s)^2 + (z_T - z_s)^2}} \right) + \Delta_f \right] \times \\ & \times \left(1 + \frac{v_D}{c} \right). \end{aligned} \quad (10)$$

Преобразуем выражение (10) к более удобному представлению. Для этого введём обозначение:

$$B_s = 1 + v_D/c,$$

и представим зависимость измеряемого параметра, которым является случайная составляющая фазы сигнала $\varphi(t)$, от неизвестных параметров несанкционированной РЭС – координат передатчика и несущей частоты передатчика:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}(t) &= \\ & = B_s \omega_T \frac{\dot{x}_s(x_T - x_s) + \dot{y}_s(y_T - y_s) + \dot{z}_s(z_T - z_s)}{c\sqrt{(x_T - x_s)^2 + (y_T - y_s)^2 + (z_T - z_s)^2}} + \\ & + \omega_T(B_s - 1) + \Delta_\omega B_s, \end{aligned} \quad (11)$$

где $\Delta_\omega = 2\pi\Delta_f$, $\omega_T = 2\pi f_T$.

Для того, чтобы было возможно оценивать параметры несанкционированной РЭС будем использовать разложение правой части выражения (11) в ряд Тейлора в окрестности текущей оценки координат НРЭС на местности и текущей оценки частоты передатчика, и ограничимся членами первого порядка малости.

С этой целью требуется найти частные производные правой части выражения (11) по вектору оцениваемых параметров $g(t)$ НРЭС.

Вектор оцениваемых параметров НРЭС состоит из следующих компонентов: координаты НРЭС на местности и несущей частоты передаваемого сигнала:

$$g^*(t) = \begin{pmatrix} x_T^*(t) \\ y_T^*(t) \\ z_T^*(t) \\ \omega_T^*(t) \end{pmatrix}. \quad (12)$$

Оценивание параметров вектора $g(t)$ будет проводиться на достаточно продолжительном интервале времени наблюдения для обеспечения требуемой точности. Так что даже при стационарности компонентов этого вектора текущие оценки будут меняться во времени.

Значения частных производных от функции $\omega(g(t), t) = \dot{\varphi}(t)$ по вектору $g(t)$ на основании (11) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Omega_x(t) &= \frac{\partial \omega(g(t), t)}{\partial x_T} = \\ & = \frac{B_s \omega_T \dot{x}_s}{c\sqrt{(x_T - x_s)^2 + (y_T - y_s)^2 + (z_T - z_s)^2}} - \\ & - \frac{B_s \omega_T (x_T - x_s)}{c} \times \\ & \times \frac{\dot{x}_s(x_T - x_s) + \dot{y}_s(y_T - y_s) + \dot{z}_s(z_T - z_s)}{[(x_T - x_s)^2 + (y_T - y_s)^2 + (z_T - z_s)^2]^{3/2}}, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \Omega_y(t) &= \frac{\partial \omega(g(t), t)}{\partial y_T} = \\ & = \frac{B_s \omega_T \dot{y}_s}{c\sqrt{(x_T - x_s)^2 + (y_T - y_s)^2 + (z_T - z_s)^2}} - \\ & - \frac{B_s \omega_T (y_T - y_s)}{c} \times \\ & \times \frac{\dot{x}_s(x_T - x_s) + \dot{y}_s(y_T - y_s) + \dot{z}_s(z_T - z_s)}{[(x_T - x_s)^2 + (y_T - y_s)^2 + (z_T - z_s)^2]^{3/2}}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \Omega_z(t) &= \frac{\partial \omega(g(t), t)}{\partial z_T} = \\ & = \frac{B_s \omega_T \dot{z}_s}{c\sqrt{(x_T - x_s)^2 + (y_T - y_s)^2 + (z_T - z_s)^2}} - \\ & - \frac{B_s \omega_T (z_T - z_s)}{c} \times \\ & \times \frac{\dot{x}_s(x_T - x_s) + \dot{y}_s(y_T - y_s) + \dot{z}_s(z_T - z_s)}{[(x_T - x_s)^2 + (y_T - y_s)^2 + (z_T - z_s)^2]^{3/2}}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\Omega_f(t) = \frac{\partial \omega(\mathbf{g}(t), t)}{\partial \omega_T} =$$

$$= B_s \frac{\dot{x}_s(x_T - x_s) + \dot{y}_s(y_T - y_s) + \dot{z}_s(z_T - z_s)}{c\sqrt{(x_T - x_s)^2 + (y_T - y_s)^2 + (z_T - z_s)^2}} +$$

$$+(B_s - 1).$$

Разложим функцию $\omega(\mathbf{g}(t), t) = \dot{\varphi}(t)$ в окрестности некоторой точки t_k в ряд Тейлора [9]:

$$\omega(\mathbf{g}(t), t) = \dot{\varphi}(t) \approx$$

$$\approx \Omega_x(t_k)(x_T(t) - x_T(t_k)) +$$

$$+ \Omega_y(t_k)(y_T(t) - y_T(t_k)) +$$

$$+ \Omega_z(t_k)(z_T(t) - z_T(t_k)) +$$

$$+ \Omega_f(t_k)(f(t) - f(t_k)) + n_\Omega(t_k),$$

где в неопределённом параметре $n_\Omega(t_k)$ учтём остаточный член разложения и совокупность случайных факторов с гауссовским характером поведения, оказывающим влияние на результаты измерений.

С учётом достаточно большого количества таких факторов, а также, учитывая малость остаточного члена ряда разложения, можно сделать предположение о гауссовском характере поведения параметра $n_\Omega(t_k)$. Тогда распределение параметра $n_\Omega(t_k)$ будет описываться аналогично (2)-(4) с дисперсией σ_Ω^2 .

Таким образом, при проведении измерений частоты сигнала от передатчика НРЭС достаточно продолжительное время и априорно зная местоположение ГСР в заданные моменты времени, можно осуществить фильтрацию вектора неизвестных параметров НРЭС. В этих целях следует использовать систему уравнений (17) на достаточном массиве измерений частоты в различные моменты времени t_k .

4. ИНФОРМАЦИОННЫЙ ЧАСТОТНЫЙ РЕСУРС ГСР

Для определения информационного пространства, в котором должен быть рассмотрен информационный ресурс, будем использовать дифференциальную энтропию, введённую К. Шенноном [7] и корректно доопределённую А.Н. Колмогоровым [8], который и назвал её дифференциальной энтропией.

Дифференциальная энтропия была

определена в качестве меры неопределённости для непрерывных случайных величин. Но при этом необходимо учитывать, что её абсолютные значения связаны с рассматриваемой системой координат, что не позволяет по энтропии одной случайной величины сделать достаточно обоснованные суждения. В то же время при сравнении случайных величин использование разности их энтропий позволяет избежать этого недостатка.

Для непрерывно распределённой случайной величины x с плотностью распределения $p(x)$ дифференциальная энтропия определяется следующим образом:

$$H(x) = - \int_{-\infty}^{\infty} p(x) \log p(x) dx. \quad (18)$$

Для понятия энтропия основание логарифма не существенно, потому что основание логарифма определяет единицы измерения информации. Для основания логарифма 2 единицами измерения будут биты, а для натурального логарифма единицами измерения являются наты. В математических преобразованиях удобнее использовать натуральные логарифмы, операции над которыми не приводят к появлению дополнительных коэффициентов. Поэтому в дальнейшем, если не сделано специальных оговорок, предполагается использование только натуральных логарифмов.

В нашем случае рассматривается частотный ресурс ГСР. В качестве частотного параметра ресурса следует взять распределение частоты принимаемого сигнала НРЭС. Для корректного применения дифференциальной энтропии необходимо задать в качестве меры некоторое эталонное распределение для ресурса НРЭС. Таким эталонным распределением является распределение санкционированной рабочей частоты сигнала из рассматриваемого частотного диапазона частот. Для рабочей частоты принимаемого санкционированного сигнала априорно известны необходимые статистические характеристики, что позволяет определить эталонное распределение частоты. С учётом воздействия на канал передачи информации только гауссовских помех плотность распределения

принимаемой санкционированной частоты также будет подчиняться нормальному закону распределения:

$$p(f_{ref}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ref}} e^{-\frac{(f_{ref}-m_{ref})^2}{2\sigma_{ref}^2}}, \quad (19)$$

где m_{ref} – математическое ожидание санкционированной частоты, σ_{ref} – среднеквадратическое отклонение значений принимаемой санкционированной частоты.

Для нормального закона распределения известно значение его дифференциальной энтропии (дифференциальной энтропии санкционированного частотного доступа) [7]:

$$H(f_{ref}) = \log(\sigma_{ref} \sqrt{2\pi e}), \quad (20)$$

где e – основание натурального логарифма.

Для определения информационного частотного ресурса (ИЧР) будем использовать его энтропию.

Определение: информационным частотным ресурсом ГСР является девиация дифференциальной энтропии санкционированной частоты, принимаемой земной контрольной станцией, вследствие воздействия помехи от НРЭС.

Таким образом, информационный частотный ресурс представляется в виде:

$$R_{ifr} = H(f_{ref}) - H(f_{unref}), \quad (21)$$

где $H(f_{unref})$ – дифференциальная энтропия несанкционированной частоты принимаемого сигнала (дифференциальная энтропия несанкционированного частотного доступа).

Такое определение информационного частотного ресурса позволяет получить следующие важные его свойства:

1. Информационный частотный ресурс не привязан к шкале измерения дифференциальной энтропии. Это свойство определяется присутствием разностного члена, который и устраняет зависимость дифференциальной энтропии от координат.
2. При отсутствии сигнала от НРЭС значение информационного частотного ресурса соответствует значению дифференциальной энтропии

санкционированного доступа ГСР, которая характеризует потенциальные точностные характеристики ГСР, и что, в свою очередь, может использоваться в качестве сравнительного показателя ГСР.

3. Значения информационного частотного ресурса вследствие его независимости от координат могут быть использованы в качестве регламентарных параметров при заключении международных соглашений по совместному использованию частот.

4. Таблицы и графики динамики информационного частотного ресурса могут быть использованы при составлении универсальных календарных планов и рекомендаций по устранению несанкционированного доступа к частотному ресурсу.

В общей постановке задачи информационный частотный ресурс следует максимизировать, и в идеале, при работе НРЭС он должен максимально приближаться к нулю, что соответствует определению вектора координат НРЭС с потенциальной точностью системы с ГСР.

При отсутствии несанкционированного частотного доступа к ГСР дифференциальная энтропия несанкционированного доступа равна нулю вследствие нулевого значения плотности распределения частоты несанкционированного доступа во всей области её определения, и значение информационного частотного ресурса равно:

$$R_{ifr} = H(f_{ref}). \quad (22)$$

В выражении (17) представлена зависимость несанкционированной частоты принимаемого сигнала от вектора координат НРЭС. Это выражение используется для определения местоположения передатчика НРЭС. А также на основании этого выражения можно определить дифференциальную энтропию несанкционированной частоты принимаемого сигнала.

Выражение (17) является линейной функцией от своих случайных параметров. Поэтому в соответствии со свойствами дифференциальной энтропии значение

общей дифференциальной энтропии также определяется линейной функцией от энтропий распределений входящих в эту функцию случайных величин. При этом учтём ранее сделанный вывод о нормальности законов распределений этих случайных величин.

На основании сказанного получаем следующее выражение для определения дифференциальной энтропии несанкционированной частоты:

$$H(f_{unref}) = \Omega_x(t_k)H(x_T) + \Omega_y(t_k)H(y_T) + \Omega_z(t_k)H(z_T) + \Omega_f(t_k)H(f), \quad (23)$$

где $H(x_T)$, $H(y_T)$, $H(z_T)$ – дифференциальные энтропии для декартовых координат НРЭС, $H(f)$ – дифференциальная энтропия частоты передатчика НРЭС.

Следует отметить, что в выражении (23) отсутствует зависимость по параметрам, определяющим математическое ожидание законов распределения случайных величин, поскольку они не оказывают влияние на дифференциальную энтропию нормального закона распределения [7].

Технологический цикл процесса информационного мониторинга частотного ресурса состоит из следующих этапов:

1. Наблюдение на земной контрольной станции за санкционированным использованием каналов ГСР.
2. Обнаружение на земной контрольной станции несанкционированного использования ГСР в каком-либо частотном канале.
3. Включение на земной контрольной станции оптимального определителя координат НРЭС и проведение оптимального оценивания вектора координат НРЭС до получения оценок с требуемой точностью.
4. Проведение организационных мероприятий по отключению передатчика НРЭС и недопущению его дальнейшей работы.
5. Продолжение наблюдения на земной контрольной станции за санкционированным использованием каналов ГСР.

5. ОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ НЕСАНКЦИОНИРОВАННОЙ РАДИОЭЛЕКТРОННОЙ СТАНЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АППРОКСИМАЦИИ АПОСТЕРИОРНОЙ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ НА ПРЯМОУГОЛЬНОЙ РЕШЁТКЕ ИНДЕКСОВ

Оценивание вектора координат будем проводить в дискретном времени. Поэтому от уравнений наблюдения (1) и состояния (5) в непрерывном времени следует сделать переход к уравнениям в конечных разностях. Уравнение наблюдения для k -го момента времени примет вид:

$$Z_k = U_0 \cos(\omega_{T_k} t_k + \omega_k) + n_k. \quad (24)$$

Дифференциальное уравнение состояния представим в конечных разностях следующим образом:

$$g_{k+1}^f = \Phi_{k+1} g_k^f + n_{fk+1} g_{k+1}^f = \Phi_{k+1} g_k^f + n_{fk+1}. \quad (25)$$

В рассматриваемом случае с учётом линейности уравнения состояния (25) справедливо [6]:

$$\Phi_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & 1/\alpha(1-e^{-\alpha\Delta t}) \\ 0 & e^{-\alpha\Delta t} \end{pmatrix}, \quad (26)$$

где Δt – интервал дискретизации.

Выражение для апостериорной плотности вероятности (АПВ) может быть представлено следующим образом [5]:

$$p(g_{k+1} | \{z_{k+1}\}) = \frac{p(z_{k+1} | g_{k+1}) p(g_{k+1} | \{z_k\})}{p(z_{k+1} | \{z_k\})}, \quad (27)$$

где $\{z_k\} = z_0, z_1, z_2, \dots, z_k$ – совокупность реализаций наблюдаемого процесса.

В качестве приближённого алгоритма оптимальной нелинейной фильтрации будем использовать аппроксимацию АПВ в виде точечных масс на прямоугольной решётке индексов [11-14]. Представим АПВ следующим образом:

$$p(g_k | \{z_k\}) \approx \sum_{\lambda_k} p(\lambda_k) \delta(g_k - \lambda_k) \Delta \lambda_k, \quad (28)$$

где $\Delta \lambda_k = \Delta \lambda_1 \Delta \lambda_2 \dots \Delta \lambda_m$, $\Delta \lambda_i$ – шаг решётки по i -й координате вектора g ; $\delta(g_k - \lambda_k)$ – дельта-функция; $p(\lambda_k)$ – функция, удовлетворяющая условию нормировки:

$$\sum_{\lambda_k} p(\lambda_k) \Delta \lambda_k = 1, \quad \forall k : p(\lambda_k) \geq 0. \quad (29)$$

С учётом аппроксимации (28) выражение (27) примет вид:

$$p(\mathbf{g}_k | \{z_k\}) \approx \frac{p(z_k | \mathbf{g}_k)}{C_k} \sum_{\lambda_k} p(\lambda_k) p(\mathbf{g}_k, \lambda_k) \Delta \lambda_k. \quad (30)$$

где

$$p(\mathbf{g}_k, \lambda_k) = \int_{g_{k-1}} p(\mathbf{g}_k | \mathbf{g}_{k-1}) \delta(\mathbf{g}_{k-1} - \lambda_k) d\mathbf{g}_{k-1} = p(\mathbf{g}_k | \lambda_k). \quad (31)$$

Нормирующая константа C_k определяется следующим образом:

$$C_{\lambda k} = \sum_{\lambda_k} \sum_{g_k} p(\lambda_k) p(z_k | g_k^\lambda) p(\mathbf{g}_k, \lambda_k) \Delta \lambda_k \Delta g_k^\lambda, \quad (32)$$

где g_k^λ – значения вектора g , задаваемые на множестве значений решётки λ_k .

Функция правдоподобия $p(z_{k+1} | g_{k+1})$, входящая в выражение (27), зависит линейно только от случайных величин с гауссовским распределением, поэтому она тоже имеет гауссовское распределение:

$$p(z_{k+1} | g_{k+1}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_n^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_n^2} (z_{k+1} - s(g_{k+1}^\lambda))^2\right\}, \quad (33)$$

где $\sigma_n^2 = N / 2\Delta t$ – дисперсия канального шума.

Узлы решётки должны соответствовать следующим ограничениям на множестве $T_k(\lambda_k)$:

$$T_k(\lambda_k) = \{\lambda_{kj} \in R^M \mid p(\lambda_k) \geq \delta_0\}, \quad (34)$$

где δ_0 – заданный пороговый уровень; M – размерность вектора g .

Пороговый уровень определяется интенсивностью шумов в уравнениях наблюдения и состояния, и его следует задавать для обеспечения устойчивой работы фильтра. Эта практическая рекомендация даётся авторами работы [12].

Узлы решётки зададим в виде равномерной шкалы по координатам вектора g следующим образом:

$$T_k(\lambda_k) = \{\lambda_{kj} \in R^M \mid \forall j = 1, \dots, m: |\lambda_{jk}| < \mu\sigma_\lambda\}, \quad (35)$$

где μ – величина, подбираемая опытным путём [12], её значение рекомендуется задавать в

диапазоне от 1.5 до 3; σ_λ – среднее квадратическое отклонение для соответствующего компонента вектора координат.

С учётом (31) совместная плотность может быть определена следующим образом:

$$p(\mathbf{g}_k, \lambda_k) = \frac{1}{(2\pi)^{M/2} |D|} \exp\left\{-1/2 (\mathbf{g}_k - \lambda_k)^t D^{-1} (\mathbf{g}_k - \lambda_k)\right\}. \quad (36)$$

где верхний индекс t означает операцию транспонирования; D – ковариационная матрица вектора $g(t)$, которая с учётом независимости координат вектора g имеет диагональный вид:

$$D = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yy}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{ff}^2 \end{pmatrix}. \quad (37)$$

Поскольку предполагается, что координаты НРЭС не меняются во времени и вектор определяемых координат подвержен только гауссовскому шуму в процессе измерений, то в соответствии с [6] уравнение состояния в конечных разностях имеет вид:

$$\mathbf{g}_{k+1} = \mathbf{g}_k + D_\sigma n_g, \quad (38)$$

где n_g – параметрический шум; D_σ – матрица среднее квадратических отклонений параметров вектора НРЭС:

$$D_\sigma = \begin{pmatrix} \left(\frac{\Delta t \sigma_{xx}^2}{2}\right)^{1/2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\Delta t \sigma_{yy}^2}{2}\right)^{1/2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\Delta t \sigma_{zz}^2}{2}\right)^{1/2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \left(\frac{\Delta t \sigma_{ff}^2}{2}\right)^{1/2} \end{pmatrix}. \quad (39)$$

Ковариационная матрица погрешностей оценок вектора g определяется следующим образом:

$$K_k = C_{\lambda k}^{-1} \sum_{\lambda_k} \sum_{g_k^*} p(\lambda_k) (g_k^i - g_k^{*i})(g_k^j - g_k^{*j})^t p(z_k | g_k^i) p(g_k^i, \lambda_k) \Delta g_k^i \Delta \lambda_k, \quad (40)$$

где g_k^* – оценка вектора координат на k -м шаге по выбранному байесовскому критерию минимума среднего риска, которая может быть получена с использованием текущей аппроксимации АПВ на прямоугольной решётке индексов.

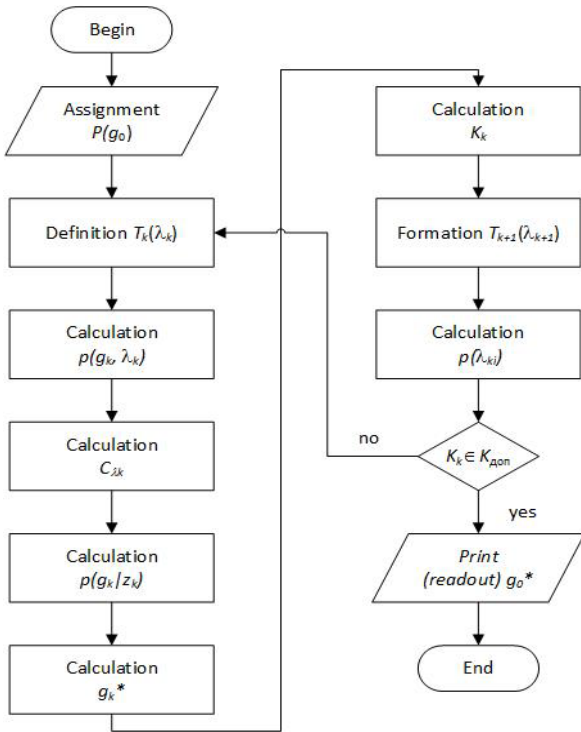


Рис. 2. Структурная схема алгоритма фильтрации вектора координат НРЭС.

На основе приведённых выражений предлагается следующий алгоритм оптимальной нелинейной фильтрации, представленный на рис. 2.

1. На первом шаге работы фильтра с использованием априорной информации задаются усечённые нормальные законы распределений для координат вектора несанкционированного передатчика.
2. Определяются узлы решётки $T_k(\lambda_k)$ в соответствии с выражениями (34), (25) и задаётся плотность распределения в узлах по априорному распределению.
3. На основании выражения (36) вычисляется совместная плотность $p(g_k, \lambda_k)$.
4. По выражению (32) рассчитывается нормировочная константа $C_{\lambda,k}$.
5. По выражению (33) рассчитывается АПВ $p(g_{k+1} | z_{k+1})$.
6. Производится вычисление текущей оценки вектора координат g_k^* в соответствии с выбранной функцией штрафов:
 - 6.1 Для простой функции штрафов определяется координата с максимальным значением АПВ:
 - 6.2 Для квадратичной функции штрафов определяется математическое ожидание по

АПВ.

7. Рассчитывается ковариационная матрица погрешностей K_k по выражению (40).

8. В соответствии с полученной оценкой вектора координат проводится формирование решётки индексов для следующего шага.

9. По выражению (31) рассчитывается распределения в узлах решётки $p(\lambda_{k+2})$.

10. Вычисления повторяются по п.п. 2 – п.п. 9 до достижения ковариационной матрицей погрешностей K_k допустимых значений для точности координат. После этого расчёты прекращаются и результаты с координатами НРЭС передаются в координационные органы.

Таким образом, может быть получена оценка вектора координат НРЭС, но требуется ещё оценить информационный ресурс ГСР в соответствии с рекомендациями, приведёнными в разделе 2.

Структурная схема оптимального цифрового фильтра с аппроксимацией АПВ на прямоугольной решётке индексов представлена на рис. 3.

На этой схеме введены следующие обозначения: АТ – аналоговый тракт, который включает антенный усилитель, преселектор, усилитель высокой частоты и возможны гетеродин и усилитель промежуточной частоты в случае слишком высокой несущей частоты сигнала; АСД – аналого-цифровой преобразователь; Σ – сумматор с одним инверсным и одним прямым входами; LFS – формирователь функции правдоподобия;

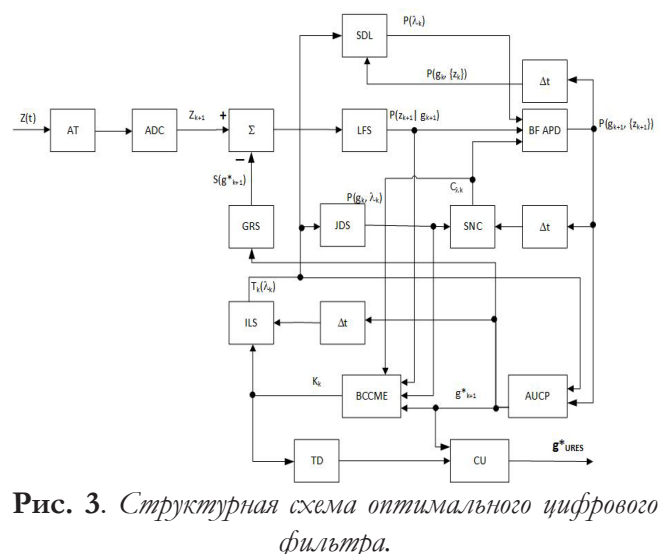


Рис. 3. Структурная схема оптимального цифрового фильтра.

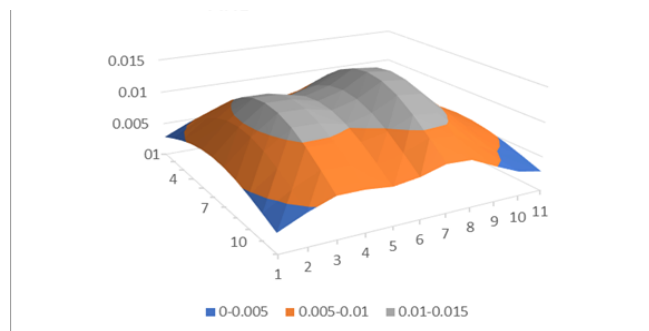


Рис. 4. Эволюция АПВ. Начальный период работы фильтра.

SDL – формирователь распределения в узлах решётки; Δt – элемент задержки на шаг квантования с целью синхронизации работы всех элементов схемы; BF APD – блок формирования АПВ (APD); GRS – формирователь опорного сигнала по результатам оценки вектора координат НРЭС (URES) на текущем шаге работы фильтра; JDS – формирователь совместной плотности; SNC – формирователь нормирующей константы; ILS – формирователь решётки индексов; BCCME – блок вычисления ковариационной матрицы погрешностей; AUCP – блок оценки непрерывного параметра; TD – пороговое устройство, срабатывающее при достижении погрешностями определения вектора координат допустимого уровня; CU – решающее устройство, выдающее координаты НРЭС по сигналу порогового устройства.

В среде программирования Visual Studio и с использованием электронных таблиц MS Excel было проведено моделирование работы такого фильтра. Результаты расчёта АПВ для двух координат на плоскости представлены на **рис. 4** (начальный режим работы фильтра), **рис. 5** (переходный режим работы) и **рис. 6** (установившийся режим работы).

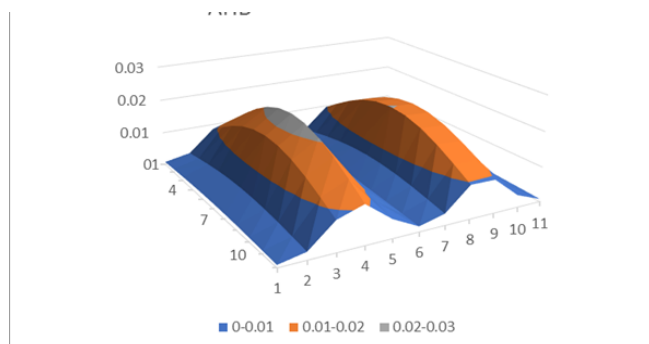


Рис. 5. Эволюция АПВ. Переходный режим работы.

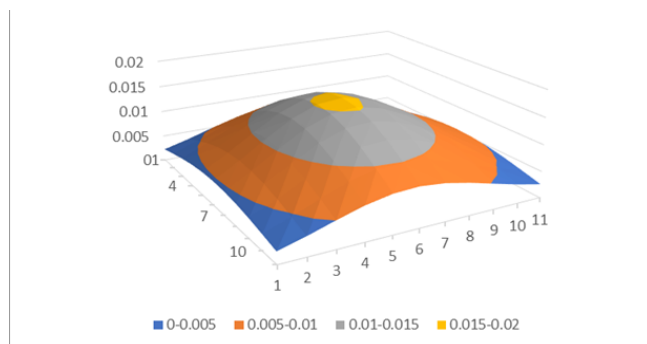


Рис. 6. Эволюция АПВ. Установившийся режим работы.

Динамика информационного частотного ресурса ГСР, полученная на основе обработки АПВ, представлена на **рис. 7**. До 10-го цикла работы НРЭС не включало передатчик. Значение информационного частотного ресурса соответствует ТТХ ГСР. На 10-м цикле работы фильтра прошло включение передатчика НРЭС и это событие соответствовало падению значения информационного частотного ресурса. Далее до 52-го цикла работы проводилась обработка наблюдаемой реализации входного сигнала на ЗКС. Информационный частотный ресурс при этом возрастал по мере увеличения точности оценивания вектора координат ГСР. Начиная с 52-го цикла была получена необходимая точность вектора координат НРЭС и отключение передатчика НРЭС. Значение информационного частотного ресурса вернулось в исходное состояние.

Полученные в настоящей работе алгоритмы предназначены для нахождения информационного ущерба, наносимого ГСР работой НРЭС.

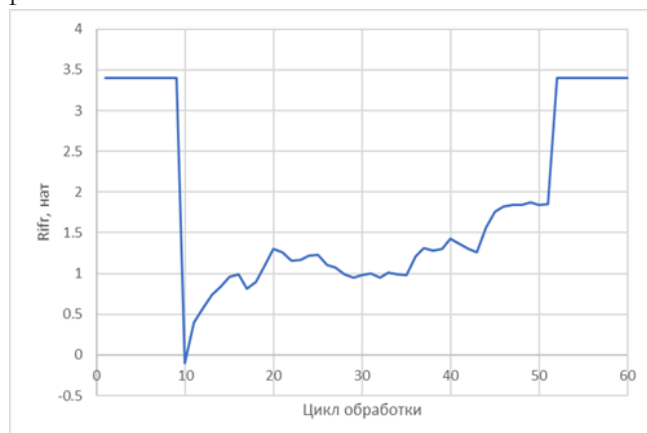


Рис. 7. Динамика информационного частотного ресурса.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрены следующие положения:

1. Синтезирована феноменологическая математическая модель рассматриваемого канала передачи информации (КПИ), включающего в свой состав геостационарный спутник ретранслятор (ГСР), наземную контрольную станцию и несанкционированную радиоэлектронную станцию (НРЭС), и определены параметры, необходимые для анализа и моделирования работы КПИ в ходе проведения оптимального оценивания вектора координат НРЭС.

2. Получено разложение по частным производным путём дальнейшего преобразования измерительного уравнения слежения за частотой. Данное разложение позволило связать неизвестные компоненты вектора координат НРЭС со значениями проводимых измерений, что позволяет провести оптимальное оценивание вектора координат с применением алгоритмов оптимальной фильтрации.

3. Сформулировано определение информационного частотного ресурса (ИЧР), основанного на дифференциальной энтропии. Описаны свойства ИЧР, определяющие широкий круг возможностей по его применению. ИЧР может использоваться в качестве показателя точностных характеристик ГСР. Также он может использоваться в качестве показателя при заключении международных соглашений по совместному использованию частот. Таблицы и графики динамики информационного частотного ресурса могут быть использованы при составлении универсальных календарных планов и рекомендаций по устранению несанкционированного доступа к частотному ресурсу.

4. Решена задача оценки вектора координат НРЭС при использовании одной земной контрольной станции с применением аппроксимации АПВ в виде точечных масс на прямоугольной решётке индексов.

5. Приведены этапы технологического цикла процесса информационного мониторинга частотного ресурса и проведено моделирование работы оптимального приёмника. Получены динамические показатели значений

информационного частотного ресурса на различных этапах функционирования ГСР.

БЛАГОДАРНОСТИ. Работа выполнена в рамках государственного задания ФГУ ФНЦ НППС И РАН (выполнение фундаментальных научных исследований ГП 14) по теме № 0065-2019-0001 "Математическое обеспечение и инструментальные средства для моделирования, проектирования и разработки элементов сложных технических систем, программных комплексов и телекоммуникационных сетей в различных проблемно-ориентированных областях" (АААА-А19-119011790077-1).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Handbook on Spectrum Monitoring*. ITU, Switzerland, Geneva, 2011.
2. Черняк ВС. *Многопозиционная радиолокация*. М., Радио и связь, 1993, 416 с.
3. Koets MA, Bentley RT. *Satellite Based Geolocation Using a Single Geosynchronous Satellite and an Inverse Doppler Technique*. SRI Publ., USA, S.A., 1999.
4. Решетников ВН, Савилкин СБ, Сухов АВ. Мониторинг частотного ресурса геостационарных спутников-ретрансляторов с использованием энтропии покрытия. *Программные продукты и системы*, 2017, 1:119-123.
5. Тихонов ВИ. *Оптимальный приём сигналов*. М., Радио и связь, 1983, 320 с.
6. Тихонов ВИ. *Нелинейное преобразование случайных процессов*. М., Радио и связь, 1986, 296 с.
7. Шеннон К. Работы по теории информации и кибернетике. М., Издательство иностранной литературы, 1963, 830 с.
8. Колмогоров АН. *Теория информации и теория алгоритмов*. М., Наука, 1987, 304 с.
9. Корн Г, Корн Т. *Справочник по математике*. М., Наука, 1977, 831 с.
10. Сейдж Э, Мелс Дж. *Теория оценивания и её применение в связи и управлении*. М., Связь, 1976, 496 с.
11. Логинов ВП, Устинов НД. Приближённые алгоритмы нелинейной фильтрации. М., Зарубежная радиоэлектроника, 1975, 3:3-28.
12. Сухов АВ, Зайцев МА. *Модельно-алгоритмическое обеспечение информационных систем управления*. М., Изд. МУ им. С.Ю. Витте, 2016, 128 с.

13. Bucy RS, Senne KD. Digital Synthesis of Nonlinear Filters. *Automatica*, 1971, 7:287-298.
14. Bucy RS. Bayes Theorem and digital Realisation for nonlinear Filters. *Journ. Am. Astronaut. Soc.*, 1969, 17:80-94.

Сухов Андрей Владимирович*д.т.н., профессор*

Московский авиационный институт

4, Волоколамское ш., Москва 125993, Россия**suhov@g-tl.ru****Товбин Антон Леонидович***аспирант*Научно-исследовательский центр информатики
при МИД России**21, Денежный переулок, Москва 119200, Россия****195555@list.ru****Осипов Владислав Вадимович***к.т.н., доцент*Центр визуализации и спутниковых
информационных технологий, НИИ системных
исследований РАН**36, Нахимовский пр-т, Москва 117218, Россия****kt-mati@mail.ru**