

DOI: 10.17725/rensit.2020.12.399

Алгоритмы итеративного приема кодов-произведений на основе низкоплотностных кодов проективной геометрии

Назаров Л. Е.

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Фрязинский филиал, <http://fire.relarn.ru/>
Фрязино 141190, Московская область, Российская Федерация

E-mail: levnaz2018@mail.ru

Поступила 24.05.2020, рецензирована 15.06.2020, принята 22.08.2020

Представлена действительным членом РАЕН А.С. Дмитриевым

Аннотация: Приведены результаты исследований наиболее эффективных алгоритмов итеративного посимвольного приема корректирующих (помехоустойчивых) кодов-произведений (блоковых турбо-кодов), формируемых на основе составляющих блоковых кодов. В качестве составляющих кодов используются помехоустойчивые блоковые низкоплотностные коды конечной проективной геометрии с циклической структурой, что определяет низкую сложность формирования алгоритмов формирования кодовых слов и алгоритмов приема. Показано, что при приеме этих кодов-произведений можно применить алгоритмы итеративного приема, разработанные для общего класса низкоплотностных кодов, в частности, алгоритм BP (belief propagation) и его модификация MIN_SUM_BP. Даны результаты моделирования этих алгоритмов итеративного приема для ряда рассматриваемых кодов-произведений и канала с аддитивным белым гауссовским шумом. Показано, что вероятностные кривые при применении исследуемых алгоритмов итеративного приема для рассматриваемых кодов-произведений близки к вероятностным кривым теоретических верхних границ случайного кодирования, что определяет перспективность их использования при организации помехоустойчивой передачи информации.

Ключевые слова: помехоустойчивость, коды-произведения, корректирующие низкоплотностные коды, помехи, сигналы, итеративный прием

УДК 621.391.01

Благодарности: Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №20-07-00525).

Для цитирования: Назаров Л.Е. Алгоритмы итеративного приема кодов-произведений на основе низкоплотностных кодов проективной геометрии. *РЭНСИТ*, 2020, 12(3):399-406. DOI: 10.17725/rensit.2020.12.399.

Decoding Algorithms For Error-Correcting Product Codes Based On Project Geometry Low-Density Parity-Check Codes

Lev E. Nazarov

Kotelnikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, Fryazino Branch, <http://fire.relarn.ru/>
1, Vvedensky area, Fryazino 141190, Moscow region, Russian Federation

E-mail: levnaz2018@mail.ru

Received May 24, 2020; peer reviewed Juni 15, 2020; accepted August 22, 2020

Abstract: The focus of this paper is directed towards the investigation of the characteristics of symbol-by-symbol iterative decoding algorithms for error-correcting block product-codes (block turbo-codes) which enable to reliable information transfer at relatively low received signal/noise and provide high power efficiency. Specific feature of investigated product codes is construction with usage of low-density parity-check codes (LDPC) and these code constructions are in the class of LDPC too. According to this fact the considered code constructions have symbol-by-symbol decoding algorithms developed for total class LDPC codes, namely BP (belief propagation) and its

modification MIN_SUM_BP. The BP decoding algorithm is iterative and for implementation the signal/noise is required, for implementation of MIN_SUM_BP decoding algorithm the signal/noise is not required. The resulted characteristics of product codes constructed with usage of LDPC based on project geometry (length of code words, information volume, code rate, error performances) are presented in this paper. These component LDPC codes are cyclic and have encoding and decoding algorithms with low complexity implementation. The computer simulations for encoding and iterative symbol-by-symbol decoding algorithms for the number of turbo-codes with different code rate and information volumes are performed. The results of computer simulations have shown that MIN_SUM_BP decoding algorithm is more effective than BP decoding algorithm for channel with additive white gaussian noise concerning error-performances.

Keywords: noise-immune, product codes, error-correcting low density parity-check codes, signals, noise, iterative symbol-by-symbol decoding

UDC 621.391.01

Acknowledgements: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 20-07-00525).
For citation: Lev E. Nazarov. Decoding Algorithms For Error-Correcting Product Codes Based On Project Geometry Low-Density Parity-Check Codes. *RENSIT*, 2020, 12(3)399-406. DOI: 10.17725/rensit.2020.12.399.

Содержание

1. ВВЕДЕНИЕ (400)
 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ (401)
 3. НИЗКОПЛОТНОСТНЫЕ КОДЫ
ПРОЕКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ И КП НА ИХ
ОСНОВЕ (402)
 4. АЛГОРИТМЫ ИТЕРАТИВНОГО ПРИЕМА
НИЗКОПЛОТНОСТНЫХ КОДОВ (402)
 5. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ (404)
 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ (405)
- ЛИТЕРАТУРА (405)

1. ВВЕДЕНИЕ

Помехоустойчивые коды (коды, корректирующие ошибки) используются для повышения надежности передачи информации по каналам с помехами [1-3]. Кодовые конструкции под общим названием коды-произведения (блоковые турбо-коды) рассматриваются как одни из наиболее эффективных относительно вероятностных характеристик при приеме (вероятность ошибочного приема информационных битов P_b , вероятность ошибки при приеме кодовых слов P_{owl}) [4-6]. Эти коды входят в ряд принятых стандартов (спутниковые системы связи (IESS-15, IESS-315), широкополосный доступ IEEE 802.16, цифровые системы

телерадиовещания, оптические системы передачи информации [5,7]).

Развитие теории кодов-произведений (КП) составляет самостоятельное направление [4-9]. Для КП разработаны алгоритмы итеративного приема, более простые при реализации, чем алгоритмы оптимального приема при незначительной деградации вероятностных характеристик [4,9]. Исследования показывают, что при увеличении информационных объемов КП достигаются вероятностные характеристики при приеме, близкие к предельным характеристикам, определяемым пропускной способностью каналов передачи с аддитивным белым гауссовским шумом (АБГШ) [9].

КП формируются на основе составляющих блоковых помехоустойчивых кодов [1]. Сложность алгоритмов итеративного приема КП определяется сложностью алгоритмов приема составляющих блоковых кодов, множество которых, удовлетворяющих условию низкой сложности алгоритмов приема, ограничен - используются блоковые коды Хэмминга, коды с обобщенной проверкой на четность [4,6,9].

Открытой является проблема расширения класса КП с вариацией их параметров (информационный объем, кодовая скорость), используемых при разработке цифровых систем связи различного назначения, например, с режимами адаптивной помехоустойчивой передачи.

Одно из направлений решения данной проблемы заключается в формировании множества КП путём укорочения объёма информационного блока исходного кода-произведения [10].

Второе направление основано на использовании в качестве составляющих кодов помехоустойчивых блоковых низкоплотностных кодов [11], в частности, низкоплотностных кодов проективной геометрии [1].

Актуальной задачей является исследование и моделирование алгоритмов итеративного приема относительно вероятностных характеристик для рассматриваемого класса кодов-произведений.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Кодовые слова КП на основе составляющих кодов C_1, C_2 с параметрами (n_1, k_1, d_1) и (n_2, k_2, d_2) представляются двумерной матрицей: строки – кодовые слова кода C_1 , столбцы – кодовые слова кода C_2 [1]. Здесь n, k, d – длина, информационный объем и минимальный вес Хэмминга кодовых слов. Для КП имеем $n = n_1 n_2, k = k_1 k_2, d = d_1 d_2$, кодовая скорость $R = k/n$.

Алгоритмы оптимального приема кодов (n, k, d) основаны на реализации $\min(2^k, 2^{(n-k)})$ корреляторов [3]. При условии $\min(k, n-k) \gg 1$ исполнение алгоритмов оптимального приема в реальном времени представляет сложную проблему. Для ее решения разработаны алгоритмы итеративного приема КП [2,9], реализующие принцип турбо-приема. Эти алгоритмы по сравнению с алгоритмами оптимального

приема имеют существенно меньшую сложность реализации при незначительных энергетических потерях. Суть этих алгоритмов – представление оптимального приема в виде итеративной процедуры приема кодов C_1, C_2 . Итерация включает два шага. На первом шаге вычисляются апостериорные вероятности для символов кода C_1 , используя отсчеты входной реализации и априорные вероятности кодовых символов [4]. Функционалы от вычисленных апостериорных вероятностей используются как априорные вероятности для кодовых символов на втором шаге итерации при вычислении апостериорных вероятностей символов кода C_2 . После выполнения задаваемого условия остановки итеративной обработки принимаются решения относительно кодовых символов КП.

КП на основе составляющих блоковых помехоустойчивых низкоплотностных кодов также входят в класс низкоплотностных кодов [11,12]. Вследствие этого при их приеме можно применить другой ряд алгоритмов итеративного приема, разработанных для низкоплотностных кодов. Исследования показывают, что данные алгоритмы более эффективны, чем алгоритмы приема КП, реализующие принцип турбо-приема. Ниже рассматриваются составляющие низкоплотностные коды на основе конечной проективной геометрии, которые являются перспективными для приложений вследствие низкой сложности алгоритмов формирования кодовых слов и алгоритмов приема, обусловленной их циклической структурой [1].

Суть задачи – описание и исследование алгоритмов итеративного приема КП на основе составляющих низкоплотностных кодов проективной геометрии относительно вероятностных характеристик для канала АБПШ.

3. НИЗКОПЛОТНОСТНЫЕ КОДЫ ПРОЕКТИВНОЙ ГЕОМЕТРИИ И КП НА ИХ ОСНОВЕ

Приведем описание класса низкоплотностных кодов проективной геометрии $PG(m, 2^s)$ над полем $GF(2^s)$, m, s – положительные целые числа [1]. Пусть α – примитивный элемент поля $GF(2^{(m+1)s})$, являющийся расширением поля $GF(2^s)$. Рассмотрим элемент $\beta = \alpha^n$, $n = (2^{(m+1)s} - 1)/(2^s - 1)$. Порядок элемента β равен $(2^s - 1)$, множество $\{0, 1, \beta, \dots, \beta^{2^s-2}\}$ является полем $GF(2^s)$. Рассмотрим $\{1, \alpha, \alpha^2, \dots, \alpha^{n-1}\}$ и разбиение $GF(2^{(m+1)s})$ на непересекающиеся множества $(\alpha^i) = \{\alpha^i, \beta\alpha^i, \dots, \beta^{2^s-2}\alpha^i\}$, $0 \leq i < n$. Геометрия $PG(m, 2^s)$ содержит n точек, эквивалентных элементам (α^i) в виде вектора с $(m + 1)$ компонентами поля $GF(2^s)$. Точки $(\eta_1\alpha^i + \eta_2\alpha^j)$ определяют линию, проходящую через линейно независимые точки $(\alpha^i), (\alpha^j)$. Здесь η_1, η_2 – элементы поля $GF(2^s)$, не равные нулю одновременно. Геометрия $PG(m, 2^s)$ содержит $J = (2^{(m+1)s} - 1)(2^{ms} - 1)/(2^s + 1)(2^s - 1)^2$ линий из $2^s + 1$ точек. Пусть $H_{PG}(m, s)$ матрица над полем $GF(2)$, строки которой эквивалентны линиям геометрии $PG(m, 2^s)$. Матрица $H_{PG}(m, s)$ является проверочной матрицей низкоплотностного кода $PG(m, 2^s)$, она содержит J строк и n столбцов. Строки и столбцы $H_{PG}(m, s)$ имеют вес Хэмминга $J_i = 2^i + 1$ и $J_r = (2^{ms} - 1)/(2^s - 1)$ соответственно.

Низкоплотностные коды на основе геометрии $PG(m, 2^s)$ с проверочной матрицей $H_{PG}(m, s)$ являются циклическими и определяются порождающим многочленом $g_{PG}(x)$ [1]. Пусть α – примитивный элемент поля $GF(2^{(m+1)s})$, элемент α^b ($0 < b < 2^{(m+1)s} - 1$, b кратно $2^s - 1$) является корнем $g_{PG}(x)$ тогда и только тогда, когда выполняется условие [1]:

Таблица 1

Параметры низкоплотностных кодов геометрии $PG(m, 2^s)$ (α – примитивный элемент поля $GF(2^{(m+1)s})$)

$(m, 2^s)$	n	k	d	J_i	J_r	Показатели степеней
$PG(3, 2^2)$	21	11	6	5	5	1, 3, 9
$PG(3, 2^3)$	73	45	10	9	9	7, 21, 35,

Таблица 2

Параметры кодов-произведений на основе низкоплотностных кодов (Таблица 1).

Составляющий код	n	k	d	J_i	J_r	R
$PG(3, 2^2)$	441	121	36	5	10	0.27
$PG(3, 2^3)$	5329	2025	100	9	18	0.35

$$0 < \max_{0 \leq l < s} (W_{2^s}(h^{(l)})) \leq j(2^s - 1), \quad 0 \leq j \leq m - 1, \quad (1)$$

$$W_{2^s}(h) = \delta_0 + \delta_1 + \dots + \delta_{m-1}, \quad (2)$$

$$h = \delta_0 + \delta_1 2^s + \dots + \delta_{m-1} 2^{(m-1)s}. \quad (3)$$

Здесь $0 \leq \delta_i < 2^s$, $0 \leq i < m$ – коэффициенты в соотношениях (2), (3) показателя степени h элемента α ; $b^{(l)}$ – остаток деления числа $2^l h$ на $(2^{(m+1)s} - 1)$ в соотношении (1).

В Таблице 1 приведены параметры n, k, d, J_i, J_r , а также степени примитивного элемента α порождающих многочленов $g_{PG}(x)$ для ряда кодов $PG(m, 2^s)$. КП на основе этих низкоплотностных кодов с параметрами J_i и J_r входят в класс низкоплотностных кодов с параметрами J_i и $2J_r$ [9]. В Таблице 2 приведены параметры для рассматриваемых КП.

4. АЛГОРИТМЫ ИТЕРАТИВНОГО ПРИЕМА НИЗКОПЛОТНОСТНЫХ КОДОВ

Обозначим $H = (h_i; 0 \leq i < n - k; 0 \leq i < n)$ проверочную матрицу низкоплотностного кода (n, k) , $\vec{B} = (b_0, b_1, \dots, b_{n-1})$ – кодовые слова. Пусть $\vec{Y} = (y_0, y_1, \dots, y_{n-1})$ – дискретная реализация с отсчетами $y_i = s_i + n_i$ с выхода демодулятора сигналов. Здесь s_i, n_i – сигнальные и помеховые составляющие, $i = 0, 1, \dots, n-1$. Введем обозначение $x = (x_0, x_1, \dots, x_{n-1})$ – “жесткие” решения: $x_i = 0$ при условии $y_i \geq 0$ и $x_i = 1$ в противном случае.

Низкоплотностные коды геометрии $PG(m, 2^s)$ обладают свойством организации ортогональных проверочных соотношений для символов b_i слов \vec{B} [1, 2]. Пусть $N(m) = (i: b_{mi} = 1)$ – множество номеров кодовых символов объемом $J_N(m)$, образующих m -е проверочное соотношение; $N(m)/l$ – множество $N(m)$ без

l -го символа; $D(l) = (m: h_{ml} = 1)$ – множество проверочных ортогональных соотношений для кодового символа b_l , объемом $J_D(l); D(l)/m$ – множество ортогональных соотношений $D(l)$ без m -ой проверки. Для низкоплотных кодов проективной геометрии $PG(m, 2^l)$ выполняются условия $J_N(m) = J_p, J_D(l) = J_r$.

Ниже рассмотрены наиболее эффективные относительно вероятностных характеристик алгоритмы итеративного приема низкоплотных кодов – алгоритм BP (*belief propagation*) и его модификация MIN_SUM_BP [2,9].

При использовании алгоритма BP требуется оценка параметра ($\gamma = 2A/N_0$, A – амплитуда сигнальной составляющей, N_0 – спектральная плотность (односторонняя) АБГШ. Перед выполнением итерации производится инициализация $z_{mi} = (\gamma y_i; m \in J_D(i), 0 \leq i < n)$. Итерация включает выполнение следующих шагов [2].

Шаг 1. Вычисляются элементы массивов T_{mi} и $L_{mi} (m \in J_D(i), 0 \leq i < n)$

$$T_{mi} = \prod_{l \in N(m/i)} \tanh(z_{li} / 2), \quad (4)$$

$$L_{mi} = \ln((1 - T_{mi}) / (1 + T_{mi})). \quad (5)$$

Шаг 2. Для символа b_i вычисляются величины $z_{mi} = y_i + \mu \sum_{l \in D(i)/m} L_{li}$.

Шаг 3. Если условие остановки алгоритма итеративного приема не выполняется, то процесс (4), (5) продолжается с шага 1. При выполнении условия остановки (например, при достижении задаваемого числа итераций) вычисляются величины $z_i = y_i + \mu \sum_{l \in D(i)} L_{li}$ и принимаются решения относительно значений кодовых символов: $b_i = 0$ при условии $z_i > 0$, иначе $b_i = 1$. Здесь μ – постоянная, ее значение определяется путем моделирования алгоритма BP (критерий выбора основан на достижении минимальных значений вероятности ошибки при приеме).

Более простым по отношению к алгоритму BP является алгоритм приема

MIN_SUM_BP [2], при его использовании не требуется оценка параметра γ . Перед выполнением итерации алгоритма производится инициализация величин $z_{mi} = y_i; m \in J_D(i), 0 \leq i < n$. Итерация алгоритма включает следующие шаги [2].

Шаг 1. Вычисляются “жесткие” решения

$$\sigma_{mi} = \begin{cases} 1, & z_{mi} > 0, \\ 0, & z_{mi} \leq 0. \end{cases} \quad (6)$$

Для каждой ортогональной проверки m вычисляются величины σ_m, L_{mi}

$$\sigma_m = \sum_{i \in N(m)} \sigma_{mi}, \quad (7)$$

$$L_{mi} = (-1)^{\sigma_m \oplus \sigma_{mi} \oplus 1} \min_{i' \in N(m)/i} (|z_{mi'}|). \quad (8)$$

Операция \oplus в (8) тождественна сложению в поле $GF(2)$.

Шаг 2. На основе L_{mi} вычисляются величины z_{mi}

$$z_{mi} = y_i + \mu \sum_{m \in D(i)/m} L_{mi}. \quad (9)$$

Шаг 3. При невыполнении условия остановки выполняется шаг 1 (6)-(8) и шаг 2 (9) следующей итерации, иначе принимается решение относительно символов b_i с использованием величин $z_i = y_i + \mu \sum_{m \in D(i)} L_{mi}$: принимается решение $b_i = 0$, если $z_i \geq 0$, иначе $b_i = 1$.

Для повышения надежности производимых решений рассматриваемые алгоритмы итеративного приема могут быть дополнены условием ортогональных проверок $H\bar{B}^T = 0$: при его выполнении принимается решение относительно вычисленного кодового слова \bar{B} , в противном случае принимается решение об обнаружении ошибки. Характеристикой этой проверки является вероятность обнаружения ошибки $P_{обн}$, для вероятности ошибки при приеме кодовых слов $P_{(p, обн)}$ в этом случае выполняется соотношение $P_{(p, обн)} = P_{обн} - P_{обн}$. Данный подход используется в системах передачи информации с перезапросом ARQ (Automatic Repeat Request) [2].

5. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Ниже приведены результаты моделирования алгоритмов ВР и MIN_SUM_ВР для КП, параметры которых даны в Таблице 2. Полученные кривые соответствуют зависимостям вероятностей P_6 от отношения сигнал/помеха E_b/N_0 с использованием сигналов с двоичной фазовой манипуляцией для канала АБГШ. Здесь E_b – энергия сигналов на бит. Вероятности P_6 и P_{out} для помехоустойчивого кода с параметрами (n, k, d) связаны приближенным соотношением $P_6 \approx dP_{out}/n$ [1].

При моделировании производились интервальные оценки вероятностей ошибочного приема путем вычисления частоты x/u , где x – число ошибочных решений в последовательности переданных кодовых слов u . Требуемый объем u определялся размером доверительного интервала $[0.5P_{out}, 1.5P_{out}]$ с доверительной вероятностью $P_{дов} = 0.95$ [13].

На рис. 1 приведены значения P_6 для КП на основе PG кода (21,11) (параметры КП $n = 441$, $k = 121$, $d = 36$, кодовая скорость $R = 0.27$). Кривая 1 соответствует верхней границе P_6 случайного кодирования для АБГШ, которая показывает существование кода с параметрами рассматриваемого КП с данными вероятностными характеристиками [4].

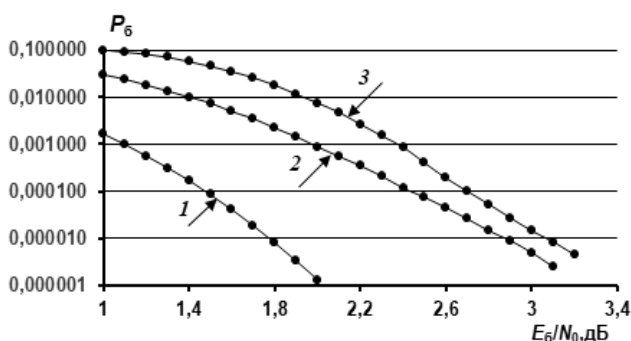


Рис. 1. Вероятности P_6 итеративного приема КП (441,121) на основе PG кода (21,11): 1 – верхняя граница случайного кодирования; 2 – алгоритм MIN_SUM_ВР; 3 – алгоритм ВР.

Кривая 2 соответствует алгоритму MIN_SUM_ВР (параметр $\mu = 0.2$), кривая 3 алгоритму ВР (параметр $\mu = 0.19$) для АБГШ (число итераций не превышает 20). Видно, что алгоритм MIN_SUM_ВР и алгоритм ВР определяют энергетический проигрыш по отношению к теоретической кривой 1 до 1.3 дБ для значения $P_6 = 10^{-5}$. Видно также, что алгоритм MIN_SUM_ВР более эффективен, чем алгоритм ВР – энергетический выигрыш при использовании первого достигает 0.2 дБ для значений $P_6 > 10^{-5}$. Следует также отметить, что энергетический выигрыш при использовании рассматриваемого БТК для значений $P_6 > 10^{-5}$ достигает 0.8 дБ по отношению к известному сверточному коду с кодовой скоростью 1/3 [3].

На рис. 2 приведены значения P_6 для КП на основе PG кода (73,45) (параметры КП $n = 5329$, $k = 2025$, $d = 100$, кодовая скорость $R = 0.38$). Кривая 1 соответствует верхней границе P_6 случайного кодирования для АБГШ [4]. Кривая 2 соответствует алгоритму MIN_SUM_ВР (параметр $\mu = 0.17$), кривая 3 алгоритму ВР (параметр $\mu = 0.226$) для АБГШ (число итераций не превышает 20). Видно, что алгоритм MIN_SUM_ВР и алгоритм ВР определяют энергетический проигрыш по отношению к теоретической кривой 1 до 1.6 дБ для значения $P_6 = 10^{-5}$. Видно, что

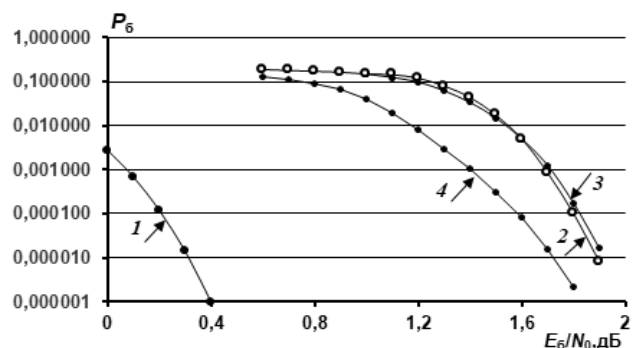


Рис. 2. Вероятности P_6 итеративного приема КП (5329,2025) на основе PG кода (73,45): 1 – верхняя граница случайного кодирования; 2 – алгоритм MIN_SUM_ВР; 3 – алгоритм ВР; 4 – низкоплотный код AR4 с кодовой скоростью 1/2 [14].0.35

алгоритмы MIN_SUM_BP и BP практически эквивалентны относительно вероятностных характеристик для $P_e > 10^{-5}$. Следует также отметить, что рассматриваемый БТК практически эквивалентен по вероятным характеристикам наиболее эффективному низкоплотностному коду AR4J с кодовой скоростью 1/2 и с параметрами (4096,2048), который рекомендован для использования в спутниковых системах связи [14] - отличия не превышают 0.2 дБ для $P_e < 10^{-5}$.

Моделирование алгоритмов итеративного приема в сочетании с отказом от решения на основе ортогональности проверок для рассматриваемых БТК показало выполнение условий $P_{обн} = P_{ош}$ и $P_{р,ош} = 0$, то есть в этом случае осуществлялась безошибочная передача информации.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Даны результаты исследований вероятностных характеристик для помехоустойчивых кодов-произведений, формируемых на основе составляющих низкоплотностных кодов. Рассматриваемые кодовые конструкции также являются низкоплотностными кодами, поэтому при их приеме можно применить алгоритмы итеративного приема, разработанные для общего класса низкоплотностных кодов, в частности, алгоритм BP и его модификацию MIN_SUM_BP. Приведены параметры рассматриваемых кодовых конструкций (длительность кодовых слов, информационный объем, минимальный вес Хэмминга, кодовая скорость), формируемых с использованием класса составляющих низкоплотностных кодов конечной проективной геометрии. Порождающие и проверочные матрицы кодов проективной геометрии обладают свойством цикличности, что обуславливает низкую сложность алгоритмов формирования кодовых слов и алгоритмов их итеративного приема.

Для двух рассматриваемых кодов-произведений проведено компьютерное моделирование исследуемых алгоритмов итеративного приема для канала АБГШ. Наиболее эффективным относительно вероятностных характеристик является алгоритм MIN_SUM_BP, в этом случае не требуется оценка энергетического параметра. Показано, что вероятностные кривые при применении исследуемых алгоритмов итеративного приема для рассматриваемых кодов-произведений близки к вероятностным кривым теоретических верхних границ случайного кодирования, что определяет перспективность их использования при организации помехоустойчивой передачи информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Питерсон У, Уэлдон Э. *Коды, исправляющие ошибки*. М., Мир, 1976, 594 с.
2. Li J, Lin S, Abdel-Chaffar K, Ryan WE, Costello DJ. *LDPC Code Designs, Constructions, and Unification*. United Kingdom, Cambridge, University Press, 2017, 248 p.
3. Зюко А.Г., Фалько А.И., Панфилов И.П., Банкет В.А., Иващенко П.В. *Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации*. М., Радио и связь, 1985, 272 с.
4. Pyndiah R.M. Near-optimum decoding of product-codes: block turbo-codes. *IEEE Transactions on Communications*, 1998, 46(8):1003-1010.
5. Mukhtar H, Al-Dweik A, Shami A. Turbo Product Codes: Applications, Challenges, and Future Directions. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2016, 18(4):3052-3069.
6. Назаров ЛЕ, Головкин ИВ. Реализация алгоритмов итеративного приема блоковых турбо-кодов. *Цифровая обработка сигналов*, 2009, (2):2-6.
7. Sheikh A, Graell A, Gianluigi Liva G, Hager C, Pfister HD. On Low-Complexity Decoding

- of Product Codes for High-Throughput Fiber-Optic Systems. *IEEE 10th International Symposium on Turbo Codes & Iterative Information Processing* (China, 2018, December 3-7), 2018.
8. Al-Dweik A, Mukhtar H, Alsusa E, Dias J. Ultra-Light Decoder for Turbo Product Codes. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(3):446-449.
9. Johnson SJ. *Iterative Error Correction: Turbo, Low-Density Parity-Check and Repeat-Accumulate Codes*. United Kingdom, Cambridge, University Press, 2010, 336 p.
10. Назаров АЕ, Шишкин ПВ. Характеристики помехоустойчивых укороченных турбо-кодов итеративного приема информации. *Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии (РЭНСИТ)*, 2018, 10(2):305-310, doi: 10.17725/rensit.2018.10.305.
11. Назаров АЕ, Шишкин ПВ. Исследование вероятностных характеристик блочных турбо-кодов на основе низкоплотностных кодов конечных геометрий. *Журнал радиоэлектроники*, 2018, (5), <http://jre.cplire.ru/jre/may18/1/text.pdf>.
12. Назаров АЕ. Исследование алгоритмов итеративного приема кодов-произведений на основе низкоплотностных кодов конечных геометрий. *Радиотехника и электроника*, 2020, 65(6):587-594.
13. Дунин-Барковский ИВ, Смирнов НВ. *Теория вероятностей и математическая статистика в технике*. М., Гостехтеориздат, 1955, 556 с.
14. *Low-Density Parity Check Codes for Use in Near-Earth and Deep Space Application*. Experimental Specification. CCSDS 131.1-O-2. 2007, Washington, NASA Headquarters, 44 p.

Назаров Лев Евгеньевич

д.ф.-м.н., с.н.с.

Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, Фрязинский филиал
Фрязино 141190, Московская область, Россия

levnaz2018@mail.ru.