

DOI: 10.17725/rensit.2021.13.003

Интенсивность поля электромагнитной волны в слоях с флуктуациями диэлектрической проницаемости

¹Григорьев Г.И., ^{2,1}Заборонкова Т.М., ³Коган А.П.

¹НИРФИ при Национальном исследовательском Нижегородском государственном университете им. Н.И. Лобачевского, <http://www.nirfi.unn.ru/>

Нижегород 603950, Российская Федерация

²Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева, <http://www.nntu.ru/>
Нижегород 603950, Российская Федерация

³Нижегородский государственный архитектурно-строительный университет, <http://www.nngasu.ru/>
Нижегород 603950, Российская Федерация

E-mail: grig19@list.ru, t.zaboronkova@rambler.ru, L_kog@list.ru

Поступила 25.01.2021, рецензирована 29.01.2021, принята 09.02.2021

Аннотация: Исследована интенсивность поля плоской электромагнитной волны, распространяющейся в слоях со случайными разреженными неоднородностями диэлектрической проницаемости. Проанализированы зависимости средней интенсивности рассеянного поля от параметров возмущений диэлектрической проницаемости прямоугольной и треугольной формы. Показано, что отклонение средней интенсивности поля от невозмущенного значения пропорционально величине средней амплитуды и стандарту флуктуаций амплитуды возмущений. Получено, что при одинаковых параметрах возмущений, амплитуда осцилляций усредненной интенсивности для слоя с неоднородностями диэлектрической проницаемости прямоугольной формы существенно больше, чем в слое с флуктуациями треугольной формы.

Ключевые слова: электромагнитные волны, рассеяние, случайные среды, флуктуации диэлектрической проницаемости различной формы, средняя интенсивность

УДК 538.574

Благодарности: Метод расчета разработан в рамках проекта № 0729-2020-0057 (базовая часть Государственного задания Министерства науки и высшего образования - Григорьев Г.И.); численные расчеты и обсуждение результатов поддержаны грантом РФФИ № 20-12-00114 (Заборонкова Т.М.).

Для цитирования: Григорьев Г.И., Заборонкова Т.М., Коган А.П. Интенсивность поля электромагнитной волны в слоях с флуктуациями диэлектрической проницаемости. РЭНСИТ, 2021, 13(1):3-12. DOI: 10.17725/rensit.2021.13.003.

Intensity of Electromagnetic Wave into Layers with Fluctuations of Dielectric Permittivity

Gennady I. Grigor'ev

Radiophysical Research Institute, Lobachevsky National Research State University of Nizhny Novgorod, <http://www.nirfi.unn.ru/>

Nizhny Novgorod 603950, Russian Federation

E-mail: grig19@list.ru

Tatiana M. Zaboronkova

Lobachevsky National Research State University of Nizhny Novgorod, <http://www.unn.ru/>

Nizhny Novgorod 603950, Russian Federation

R.E. Alekseev Technical University of Nizhny Novgorod, <http://www.nntu.ru/>

Nizhny Novgorod 603950, Russian Federation

E-mail: t.zaboronkova@rambler.ru

Lev P. Kogan

Nizhny Novgorod State University of Architecture and Civil Engineering, <http://www.nngasu.ru/>
Nizhny Novgorod 603950, Russian Federation

E-mail: L_kog@list.ru

Received January 25, 2021, peer-reviewed 29 January, 2021, accepted 09 February, 2021

Abstract: The study is made of the intensity of a plane electromagnetic wave propagating into the layer with random discrete irregularities of the dielectric permittivity. The mean intensity of scattered field as a function of the parameters of random irregularities of rectangular and triangular forms is analyzed. It is shown that the deviation of the average intensity from the unperturbed value increases both the average amplitude and its standard of fluctuations. It is found that the amplitude of the intensity oscillations for a layer with irregularities of the rectangular shape is significantly greater than for fluctuations with the triangular profile.

Keywords: electromagnetic wave, scattering, random medium, fluctuations of dielectric permeability, average field intensity

UDC 538.574

Acknowledgments: The calculation method was developed within the framework of project No. 0729-2020-0057 (the basic part of the State Task of the Ministry of Science and Higher Education - Grigor'ev G. I.); numerical calculations and discussion of the results were supported by the Russian Science Foundation grant No. 20-12-00114 (Zaboronkova T. M.).

For citation: Gennady I. Grigor'ev, Tatiana M. Zaboronkova, Lev P. Kogan. Intensity of Electromagnetic Wave into Layers with Fluctuations of Dielectric Permittivity. *RENSIT*, 2021, 13(1):3-12. DOI: 10.17725/rensit.2021.13.003.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ (4)
 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РАСЧЕТА (5)
 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ (6)
 - 3.1. ИНТЕНСИВНОСТЬ ПОЛЯ В СЛОЕ С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ (6)
 - 3.2. ИНТЕНСИВНОСТЬ ПОЛЯ В СЛОЕ С НЕОДНОРОДНОСТЯМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ТРЕУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ (8)
 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ (10)
- ЛИТЕРАТУРА (11)

1. ВВЕДЕНИЕ

В подавляющем большинстве работ исследовалось рассеяние электромагнитных волн в случайно-неоднородных средах с крупномасштабными или дельта-коррелированными возмущениями среды [1–5]. Средняя интенсивность поля волны, падающей по нормали на слой с узкими (в масштабе длины

волны в вакууме) случайными дискретными одномерными неоднородностями при условии равномерного распределения фазы коэффициента отражения волны от каждой неоднородности проанализирована в [6]. В [7] с помощью метода геометрической оптики выполнен расчет среднего электромагнитного поля в случайно-неоднородной атмосфере. С учетом фрактальных свойств случайно-неоднородных сред многократное рассеяние волн исследовалось в [8]. Рассеяние акустических волн совокупностью неоднородностей сферической формы, хаотично расположенных на горизонтальном морском дне, анализировалось в [9]. Несмотря на большой объем исследований, представленный в этих работах, остается открытым вопрос о свойствах средней интенсивности поля волны в среде со случайными разреженными флуктуациями диэлектрической проницаемости произвольной формы. С помощью таких слоев можно моделировать распространение и отражение электромагнитных волн в задачах

зондирования Земли в малоуглубинной геофизике [10], а также при прохождении радиоизлучения через тропосферу (например, [11,12]).

В [13] проанализирована средняя интенсивность поля плоской волны, падающей на одномерный слой со случайными разреженными неоднородностями диэлектрической проницаемости прямоугольной формы с нулевым средним значением амплитуды. В настоящей работе проводится обобщение полученных в [13] результатов на случай среды с возмущениями диэлектрической проницаемости прямоугольной формы с ненулевым средним значением, а также рассматривается распространение волны в среде с флуктуациями диэлектрической проницаемости треугольной формы. Изучена зависимость средней интенсивности от параметров флуктуаций (средней ширины, средней амплитуды и стандарта флуктуаций по амплитуде).

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД РАСЧЕТА

В работе исследуется средняя интенсивность гармонической плоской электромагнитной волны с напряженностью электрического поля $\vec{E}_0(x) = \vec{n}E_0 \exp(i\omega t - ikx)$ при падении на слой ($0 \leq x \leq L$) со случайными одномерно-неоднородными флуктуациями диэлектрической проницаемости различной формы (рис. 1). Здесь \vec{n} – единичный вектор нормали, перпендикулярный к оси X , E_0 – амплитуда падающей волны, $k = k_0 \sqrt{\epsilon^{(0)}}$, где $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – волновое число в вакууме, $\epsilon^{(0)}$ – относительная диэлектрическая проницаемость среды при отсутствии возмущений.

Относительная диэлектрическая проницаемость слоя в отдельной реализации задается в виде

$$\epsilon(x) = \epsilon^{(0)} \left(1 + \sum_{m=1}^N f_m(x) [H(x - x_m) - H(x - x_m - S_m)] \right). \quad (1)$$

Здесь $H(z)$ – единичная функция Хевисайда, функция $f_m(x)$ определяет профиль возмущения, N – количество неоднородностей в реализации, x_m – координата начала m -й неоднородности, S_m и $|A_m| = \max |f_m(x)|$ – ее ширина и амплитуда соответственно; расстояние между неоднородностями равно $L_m = x_{(m+1)} - x_m - S_m$. Полагаем, что x_m , S_m , и A_m – независимые случайные величины (СВ). Параметры S_m и x_m обладают усеченным распределением Гаусса со средними значениями $S = \langle S_m \rangle$ и $\langle x_m \rangle = \langle x_1 \rangle + (m-1)L$ (где $L = S + \langle L_m \rangle$), а также стандартами флуктуаций σ_S и σ_x . Плотность вероятности для СВ A_m в (1) примем в виде распределения Гаусса со средним значением $\langle A_m \rangle = A$ и стандартом флуктуаций σ_A . Предполагаются выполненными следующие ограничения:

$$\{L, S\} \ll L, \quad \sigma_x \ll L - S, \quad |A| + 3\sigma_A \ll 1, \quad (k\sigma_x)^2 \gtrsim 1. \quad (2)$$

Как и в [13] будем считать, что $\text{Re } \epsilon(x) > 0$ и $\text{Im } \epsilon(x) = 0$. Заметим, что отражение электромагнитных волн от случайно-неоднородной среды с флуктуациями комплексной диэлектрической проницаемости рассматривалось в [14] при условии, что флуктуации являются дельта-коррелированными и взаимно независимыми.

Интенсивность поля плоской волны, распространяющейся в слое с одномерными неоднородностями, при выполнении условий (2) определяется следующим выражением (см.

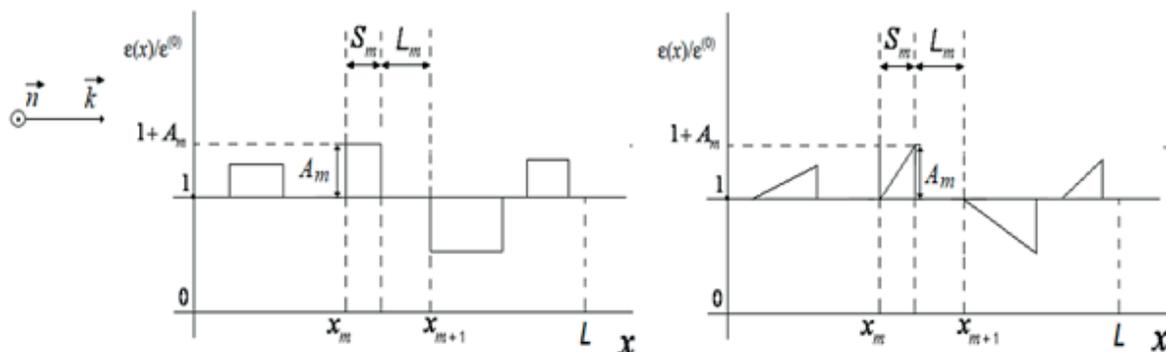


Рис. 1. Диэлектрическая проницаемость слоя $\epsilon(x)/\epsilon^{(0)}$.

[13]):

$$I(x) = \pi I_0 \exp[\kappa(0.75L - x)] \times \int_0^{+\infty} \frac{sh(\pi t)}{ch^2(\pi t)} \{2t \cos[2\kappa(L - x)t] + \sin[2\kappa(L - x)t]\} \exp(-\kappa L t^2) dt. \quad (3)$$

Здесь $I_0 = \frac{1}{2} E_0^2 \sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon^{(0)} \mu_0^{-1}}$ – интенсивность падающей на слой плоской волны (где ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные); параметр κ зависит от коэффициента отражения R_m следующим образом: $\kappa = \mathcal{L}^{-1} \langle |R_m|^2 / (1 - |R_m|^2) \rangle$, символ $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по ансамблю реализаций. Далее перейдем к вычислению коэффициента κ в формуле (3). Для определения величины κ вначале вычислим коэффициент отражения R_m плоской волны от отдельной неоднородности с номером m . Напряженность электрического поля E внутри m -й неоднородности с проницаемостью $\tilde{\varepsilon}(\zeta) = \varepsilon_0 [1 + f_m(\zeta)]$, заданной на интервале $0 \leq \zeta \leq S_m$ (где $\zeta = x - x_m$), определяется волновым уравнением

$$E''(\zeta) + k^2 \tilde{\varepsilon}(\zeta) E(\zeta) = 0, \quad (4)$$

где штрих означает дифференцирование по аргументу; при $\zeta < 0$ и $\zeta > S_m$ следует положить $\tilde{\varepsilon}(\zeta) = \varepsilon^{(0)}$. Обозначим два независимых решения уравнения (4) в виде функций $\Phi_{1,2}(\zeta)$. С учетом условий для тангенциальных компонент электромагнитного поля на границах неоднородности ($\zeta = 0$ и $\zeta = S_m$) получаем выражение для коэффициента отражения R_m

$$R_m = \frac{k^2 C(S_m) - b(S_m) + ik[\alpha_1(S_m) + \alpha_2(S_m)]}{k^2 C(S_m) + b(S_m) + ik[\alpha_1(S_m) - \alpha_2(S_m)]}. \quad (5)$$

В (5) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} b_1(S_m) &= \beta[\Phi_2'(0)\Phi_1'(S_m) - \Phi_2'(S_m)\Phi_1'(0)], \\ C(S_m) &= 1 - \beta\Phi_1(0)\Phi_2(S_m), \\ \alpha_1(S_m) &= \beta\Phi_2'(S_m)\Phi_1(0) - \Phi_1'(S_m)/\Phi_1(S_m), \\ \alpha_2(S_m) &= \beta\Phi_1'(0)\Phi_2(S_m) - \Phi_2'(0)/\Phi_2(0), \\ \beta^{-1} &= \Phi_1(S_m)\Phi_2(0). \end{aligned}$$

Ниже рассмотрим свойства средней интенсивности поля волны в слоях с флуктуациями диэлектрической проницаемости $\varepsilon(x)$ прямоугольной и

треугольной формы. В указанных случаях решение уравнения (4) удастся получить аналитически.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

3.1. Интенсивность поля в слое с НЕОДНОРОДНОСТЯМИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Функция $f_m(x)$ в соотношении (1) для слоя с прямоугольными неоднородностями является постоянной величиной $f_m(x) = A_m$. Тогда решение уравнения (4) имеет вид: $\Phi_{1,2} = \exp(\pm ik\sqrt{1 + A_m}x)$. При этом из (5) получаем следующее выражение для коэффициента отражения: $R_m = (Z_m^2 - 1) / (Z_m^2 + 1 - 2iZ_m \operatorname{ctg} \theta_m)$, где $\theta_m = k\sqrt{1 + A_m}S_m$, $Z_m = (1 + A_m)^{-1/2}$ – импеданс неоднородности, нормированный на импеданс невозмущенной среды $Z^{(0)} = [\mu_0 / (\varepsilon_0 \varepsilon^{(0)})]^{1/2}$. Заметим, что полученное выражение для R_m совпадает с приведенным в [15] коэффициентом отражения от однородного плоского слоя. Используя связь κ и среднего коэффициента отражения $\langle R_m \rangle$ при малых значениях A , для усредненного параметра κ в (3) имеем:

$$\kappa = (\sigma_A^2 + A^2 - \exp(-g)[(\sigma_A^2 - k^2 S^2 \sigma_A^4 + A^2) \cos \alpha - 2kAS\sigma_A^2 \sin \alpha]) / 8\mathcal{L}, \quad (6)$$

где $g = 2k^2 \sigma_S^2 + k^2 S^2 \sigma_A^2 / 2$, $\alpha = 2k\sqrt{1 + AS}$.

Далее приведем результаты численного анализа зависимости нормированной средней интенсивности $I(S)/I_0$ от средней ширины неоднородностей S при разных значениях координаты x внутри слоя. Все вычисления проведены для слоя толщиной $L = 2 \cdot 10^4 \lambda$, среднего расстояния между соседними неоднородностями $\langle L_m \rangle = 2\lambda$ и стандарта флуктуаций средней ширины возмущения $\sigma_S = 0.01\lambda$.

Характер зависимости $I(S)$ определяется свойствами параметра κL , что подтверждается результатами численных расчетов. На рис. 2 представлена зависимость $\kappa(S)L$ (кривые 1–3) при $A = 0.05, 0, -0.05$ соответственно, и стандарте флуктуаций $\sigma_A = 0.07$. Из

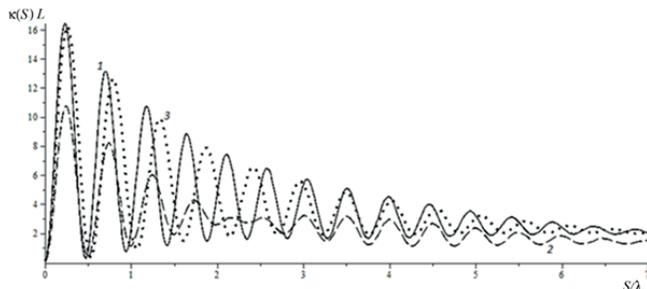


Рис. 2. Параметр $\kappa(S)L$ для слоя с прямоугольными неоднородностями $\varepsilon(x)$ при $L = 2 \cdot 10^4 \lambda$, $\langle L_m \rangle = 2\lambda$, $\sigma_s = 0.01\lambda$, $\sigma_A = 0.07$. Кривые 1–3 соответствуют $A = 0.05, 0, -0.05$.

выражения (6) нетрудно получить, что $\kappa(S)L$ является осциллирующей функцией с периодом $\lambda / (2\sqrt{1+A})$ где $\lambda = \lambda_0 \sqrt{\varepsilon^{(0)}}$, что иллюстрирует рис. 2.

На рис. 3 представлена зависимость средней интенсивности $I(S)$ (нормированной на I_0) от безразмерной ширины неоднородностей S/λ при стандарте флуктуаций $\sigma_A = 0.07$. Кривые 1–5 на рис. 3a соответствуют значениям $x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L, L$ и $A = 0.05$; кривые 1–6 на рис. 3b отвечают параметрам $A = 0.05, 0, -0.05$ при $x = 0$ (кривые 1–3) и $x = L$ (кривые 4–6).

При $x < L/2$ максимумы интенсивности $I(S)$ достигаются при значениях средней ширины возмущений $S_{max} = (n+0.5)\lambda / (2\sqrt{1+A})$, а минимумы – при $S_{min} = n\lambda / (2\sqrt{1+A})$, где $n = 0,1,2,3, \dots$. При $x > L/2$ фаза колебаний функции $I(S)$ сдвигается на π по сравнению со случаем $x < L/2$ (кривые 1 и 5, а также кривые 2 и 4 на рис. 3a). При $x = L/2$ имеет место соотношение $I(S)/I_0 \equiv 1$ при всех значениях

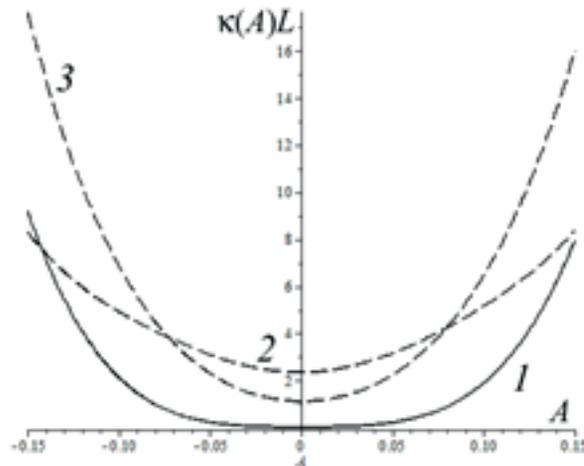
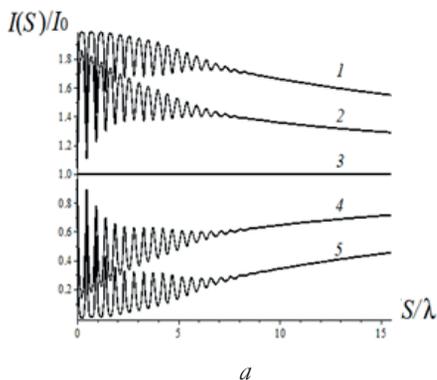


Рис. 4. Параметр $\kappa(A)L$ для слоя с прямоугольными неоднородностями $\varepsilon(x)$ при $\sigma_A = 0.02$ (сплошная линия), $\sigma_A = 0.07$ (пунктирные линии). Кривые 1 и 3 соответствуют $S = \lambda$, кривая 2 – $S = 5\lambda$.

средней ширины неоднородностей S . Из рисунков 2 и 3 и выражений (3), (6) следует, что функции $\kappa(S)L$ и $I(S)$ имеют одинаковый период осцилляций. Из рис. 2 и 3b видно, что период осцилляций уменьшается с увеличением значения A .

Амплитуда осцилляций интенсивности уменьшается с увеличением S/λ . Из рис. 3b видно, что при уменьшении среднего значения амплитуды возмущений (при $\sigma_A = \text{const}$) размах колебаний интенсивности $I(S)$ уменьшается. С увеличением S интенсивность $I(S)$ стремится к невозмущенному значению I_0 , при этом коэффициент $\kappa(S) \rightarrow 0$.

Как следует из (6), при условии $\sin \alpha = 0$ (что при малых значениях $|A| \ll 1$ эквивалентно $S = \lambda n/4$, где $n = 0,1,2,3, \dots$) величина $\kappa \sim A^2$; при

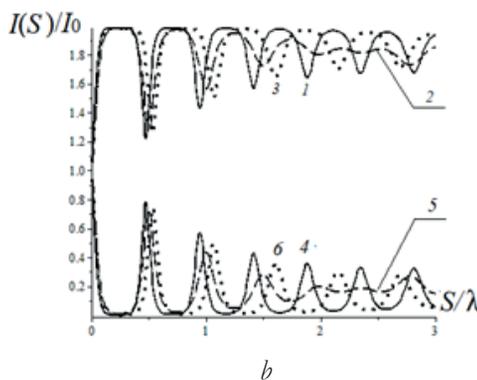


Рис. 3. Средняя интенсивность $I(S)/I_0$ для слоя с прямоугольными неоднородностями $\varepsilon(x)$ при $\sigma_A = 0.07$ (a) $A = 0.05$; кривые 1–5 соответствуют значениям $x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L, L$; (b) $A = 0.05, 0, -0.05$; кривые 1–3 при $x=0$, кривые 4–6 при $x = L$.

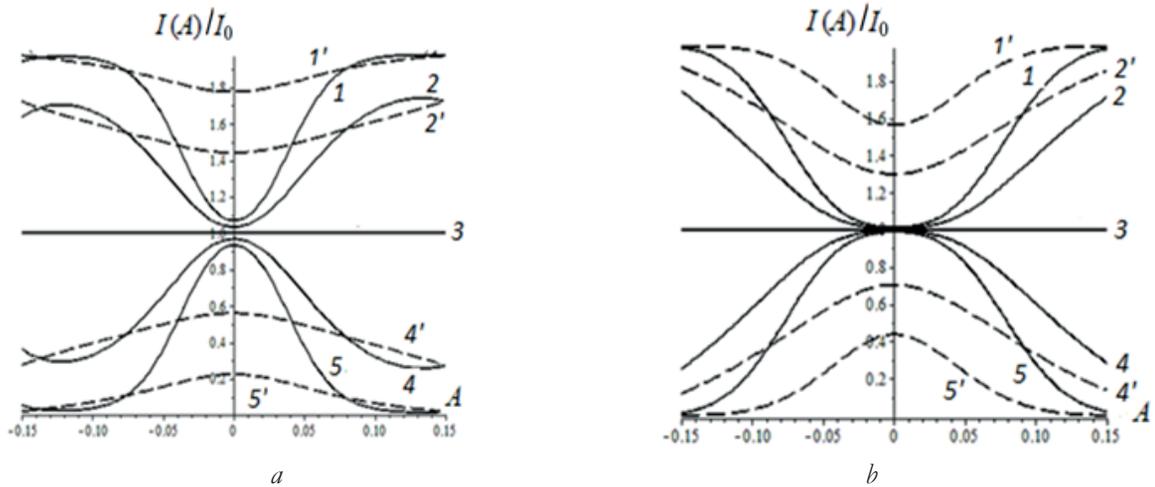


Рис. 5. Средняя интенсивность $I(A)/I_0$ для слоя с прямоугольными неоднородностями $\varepsilon(x)$ при $\sigma_A = 0.02$ (сплошные кривые), $\sigma_A = 0.07$ (пунктирные кривые); $x = 0$ (кривые 1 и 1'), $x = 0.25L$ (кривые 2 и 2'), $x = 0.5L$ (кривая 3), $x = 0.75L$ (кривые 4 и 4'), $x = L$ (кривые 5 и 5'); (a) $S = \lambda$, (b) $S = 5\lambda$.

этом $I(A) = I(-A)$. На рис. 4 показана зависимость параметра $\kappa(A)L$ при $\sigma_A = 0.02$ и $\sigma_A = 0.07$ (сплошная и пунктирные линии соответственно). Кривые 1 и 3 отвечают значению $n = 4$, кривая 2 – $n = 20$.

На рис. 5 представлены результаты расчета $I(A)$ при средней ширине неоднородностей $S = \lambda$ ($n = 4$, рис. 5a), $S = 5\lambda$ ($n = 20$, рис. 5b) для $x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L, L$ и стандарте флуктуаций $\sigma_A = 0.02$ (сплошные кривые 1–5), $\sigma_A = 0.07$ (пунктирные кривые 1'–5'). Из рис. 4 и 5 видно, что при целочисленных значениях n , отвечающих случаю симметричной зависимости функций $\kappa(A)L$, средняя интенсивность поля также не зависит от знака A .

Численные расчеты зависимостей $\kappa(A)L$ и $I(A)$, построенные при $S = 1.9\lambda$ и $S = 2.1\lambda$ и при тех же остальных значениях параметров, что и на рис. 5, подтверждают вывод о несимметричности коэффициента $\kappa(A)$ и интенсивности $I(A)$ при нецелочисленных значениях S/λ ($\sin \alpha \neq 0$).

3.2. Интенсивность поля в слое с неоднородностями диэлектрической проницаемости треугольной формы

Для слоя с неоднородностями диэлектрической проницаемости в виде прямоугольных треугольников (рис. 1) функции $f_m(x)$ в (1) записываются как $f_m(x) = p_m(x - x_m)$, где $p_m = A_m/$

S_m . В этом случае решение уравнения (4) имеет вид [16]:

$$\Phi_{1,2}(\zeta) = (1 + p_m \zeta)^{0.5} H_{1/3}^{(1,2)}[(2/3)k p_m^{-1}(1 + p_m \zeta)^{1.5}]. \quad (7)$$

Здесь $H_{1/3}^{(1,2)}(\zeta)$ – функции Ганкеля первого и второго рода с индексом $1/3$, $\zeta = x - x_m$. При этом коэффициент отражения R_m от одной треугольной неоднородности определяется выражением (5), в котором функции $\Phi_{1,2}(\zeta)$ задаются соотношением (7).

На рис. 6 приведена зависимость параметра $\kappa(S)L$ от нормированной средней ширины неоднородностей S/λ для рассматриваемого случая $\varepsilon(x)$ при $\sigma_A = 0.07$ и $A = 0, 0.1, -0.1$ (кривые 1–3, рис. 6). Численный расчет показывает, что зависимость $\kappa(S)L$ при различных значениях параметра A имеет

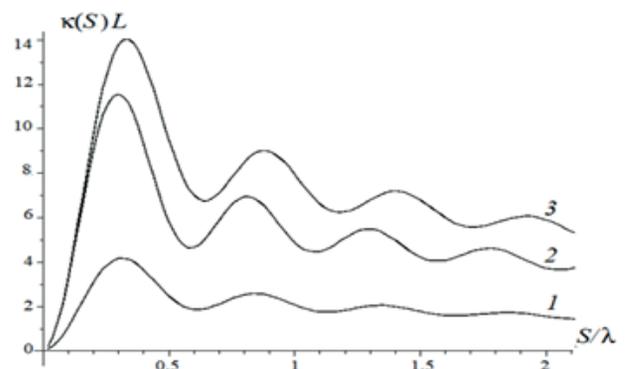


Рис. 6. Параметр $\kappa(S)L$ для слоя с треугольными неоднородностями $\varepsilon(x)$ при $\sigma_A = 0.07$; $A = 0$ (кривая 1), $A = 0.1$ (кривая 2), $A = -0.1$ (кривая 3).

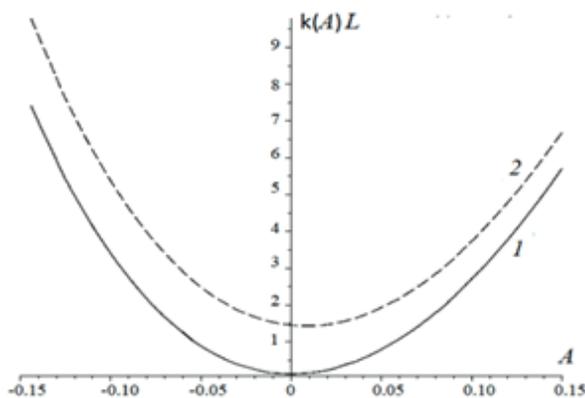
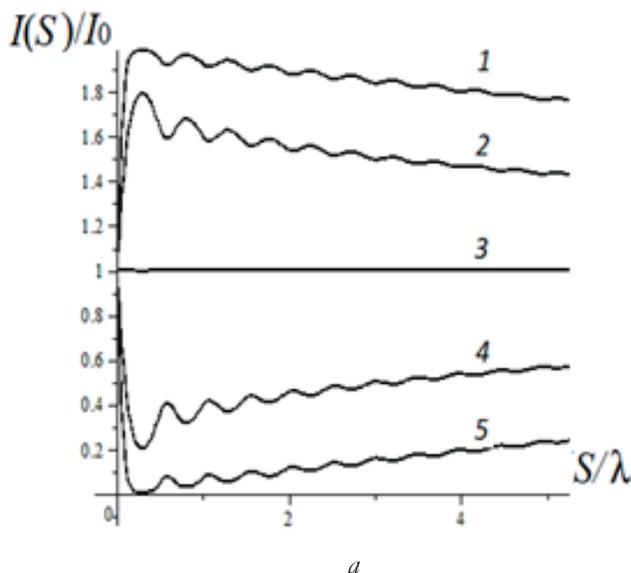


Рис. 7. Параметр $\kappa(A)L$ для слоя с треугольными неоднородностями $\epsilon(x)$ при $S = 2.1\lambda$; $\sigma_A = 0.02$ (кривая 1), $\sigma_A = 0.07$ (кривая 2).

аналогичный вид зависимости $\kappa(S)L$ в слое с неоднородностями $\epsilon(x)$ прямоугольной формы (т.е., период осцилляций уменьшается с увеличением A).

Рис. 7 иллюстрирует зависимость $\kappa(A)L$ при $S = 2.1\lambda$, $\sigma_A = 0.02$ и $\sigma_A = 0.07$ (кривые 1 и 2); значения параметров L , $\langle L_m \rangle$ и σ_S те же, что и в разделе 3.1. Из результатов расчетов следует, что в случае возмущений $\epsilon(x)$ треугольной формы функция $\kappa(A)L$ зависит от знака A при любых значениях нормированной средней ширины неоднородностей S/λ .

На рис. 8 показана средняя интенсивность $I(S)/I_0$; на рис. 8a кривые 1–5 соответствующие



a

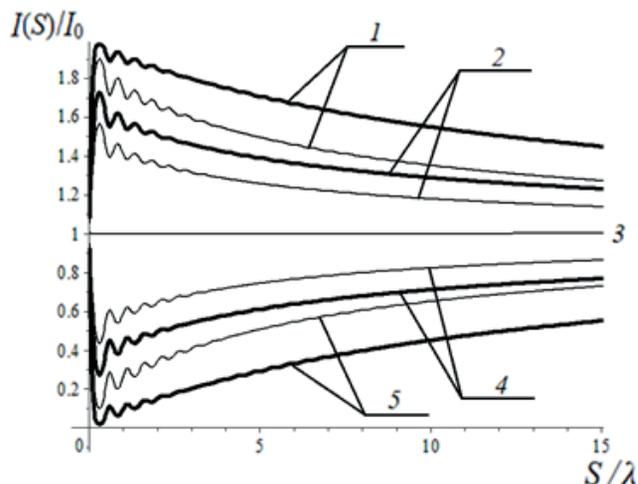
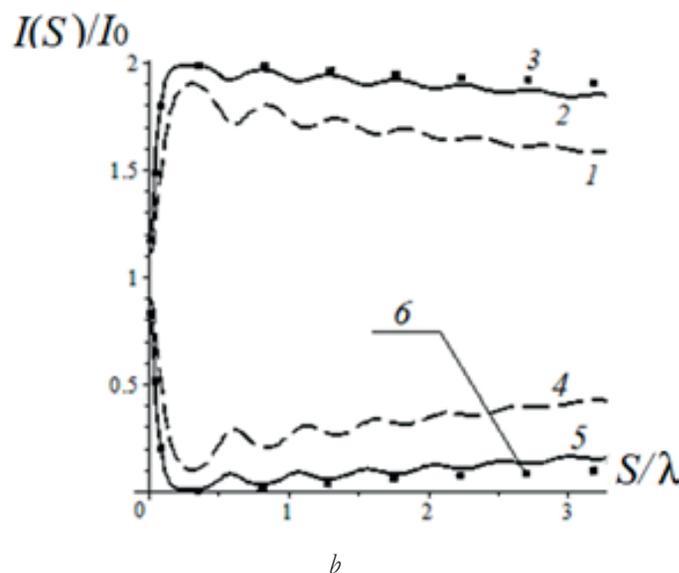


Рис. 9. Средняя интенсивность $I(S)/I_0$ для слоя с треугольными неоднородностями $\epsilon(x)$ при $\sigma_A = 0.07$, $A = 0$ (тонкие линии), $A = 0.1$ (жирные линии); кривые 1–5 соответствуют $x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L, L$.

$x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L, L$ отвечают значениям $\sigma_A = 0.07$. $A = 0.1$; кривые 1–6 на рис. 8b соответствуют $\sigma_A = 0.07$, $A = 0; 0.1; -0.1$ при $x = 0$ (кривые 1–3) и $x = L$ (кривые 4–6). Сравнивая рис. 8 и рис. 3, приходим к выводу, что периоды осцилляций функции $I(S)$ для возмущений $\epsilon(x)$ треугольной и прямоугольной формы практически совпадают, тогда как размах колебаний для треугольных неоднородностей оказывается существенно меньшим (рис. 4 и 7).

На рис. 9 приведена нормированная средняя интенсивность $I(S)/I_0$ для слоя с



b

Рис. 8. Средняя интенсивность $I(S)/I_0$ для слоя с треугольными неоднородностями $\epsilon(x)$ при $\sigma_A = 0.07$ (a) $A = 0.1$, кривые 1–5 соответствуют $x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L, L$; (b) $A = 0, 0.1, -0.1$; $x = 0$ (кривые 1–3), $x = L$ (кривые 4–6).

треугольными неоднородностями $\epsilon(x)$ при $x = 0, 0.25L, 0.5L, 0.75L, L$ (кривые 1–5). Кривые на рисунке соответствуют зависимости $I(S)/I_0$ при $\sigma_A = 0.07$, $A = 0$ (тонкие линии) и $A = 0.1$ (жирные линии). Следует отметить, что разность интенсивностей $|I(S) - I_0|$, возрастает при увеличении $|A|$ и σ_A .

Таким образом показано, что для слоя с неоднородностями $\epsilon(x)$ треугольной формы, интенсивность $I(A)$ зависит от знака A при любых значениях средней ширины неоднородностей в отличие от случая диэлектрической проницаемости с неоднородностями прямоугольной формы. Это объясняется тем, что коэффициент отражения от одиночной неоднородности с линейной зависимостью $\epsilon(x)$ является функцией от параметра A в отличие от случая постоянной $\epsilon(x)$ внутри неоднородности. Отметим, что несмотря на несимметричную форму неоднородностей $\epsilon(x)$ треугольной формы, слой с неоднородностями указанной формы, также как и слой с прямоугольными флуктуациями $\epsilon(x)$ не обладает свойствами анизотропии, т.е. распределение средней интенсивности внутри слоя с одномерными дискретными флуктуациями $\epsilon(x)$ не зависит от направления падения волны на слой. Это объясняется многократным отражением волны от большого количества случайных неоднородностей внутри слоя.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача о рассеянии плоской электромагнитной волны на диэлектрическом слое с одномерными случайными дискретными неоднородностями произвольной ширины. При вычислении интенсивности рассеянного поля предполагалось, что координаты точек начала неоднородностей, а также их ширина и амплитуда являются независимыми случайными величинами, распределенными по Гауссу. Исследованы случаи слоев с возмущениями диэлектрической проницаемости прямоугольной и треугольной формы. Одним из результатов данной работы является отсутствие локализации средней

интенсивности. Вопросам локализации плоских волн в хаотически слоистых средах посвящены работы [17-21]. В частности, в [17] показано, что динамическая локализация имеет место для отдельных реализаций поля, в то время как статистическая энергетическая локализация выражает свойства всего статистического ансамбля реализаций. Основной вывод авторов работы [17] сводится к тому, что несмотря на наличие локализации поля в отдельных реализациях она может отсутствовать для средней интенсивности волны у всего статистического ансамбля реализаций. Использованный в нашей работе способ вычисления основан на усреднении интенсивности поля по всем случайным реализациям.

В работе показано, что амплитуда осцилляций интенсивности $I(S)$ для слоя с неоднородностями $\epsilon(x)$ прямоугольной формы существенно больше, чем при флуктуациях с треугольным профилем. С увеличением средней ширины неоднородностей амплитуда осцилляций средней интенсивности при ненулевом среднем значении амплитуды флуктуаций уменьшается быстрее, чем при $A = 0$. Период осцилляций для обоих типов возмущений одинаков и приближенно равен $\lambda / (2\sqrt{1+A})$. Отклонение средней интенсивности $I(S)$ от невозмущенного значения оказывается пропорциональным величине амплитуды $|A|$ и стандарту флуктуаций σ_A неоднородностей и уменьшается с ростом средней ширины S . Различия в поведении средней интенсивности при рассеянии волны на слоях с неоднородностями диэлектрической проницаемости с постоянной и линейной зависимостью от координаты x внутри неоднородностей объясняются особенностями коэффициентов отражения волны от отдельных флуктуаций прямоугольной и треугольной формы [12]. Для слоя с неоднородностями прямоугольной формы зависимость $I(A)$ является симметричной функцией среднего значения параметра A при целочисленных значениях S/λ для малых амплитуд флуктуаций. Для

слоя с флуктуациями диэлектрической проницаемости треугольной формы зависимости $\kappa(A)$ и $I(A)$ не являются симметричными функциями от A при любой ширине неоднородностей, также как и модуль коэффициента отражения от отдельной неоднородности. Отмеченный факт можно использовать при диагностике природных сред.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кляцкин ВИ. Распространение электромагнитных волн в случайно-неоднородной среде как задача статистической математической физики. *УФН*, 2004, 174 (2):177-195.
2. Кляцкин ВИ. *Стохастические уравнения. Теория и ее приложения к акустике, гидродинамике и радиофизике. Т.1.* М., Физматлит, 2008, 320 с.
3. Абрамович БС, Гурбатов СН, Рыжов ЮА. Многократное рассеяние волн в одномерной случайно-неоднородной среде. *Изв. вузов. Радиофизика*, 1979, 22(5):566-576.
4. Заборонкова ТМ, Коган ЛП, Тамойкин ВВ. Распространение электромагнитных волн в полупространстве с одномерными стохастически неоднородными возмущениями высоты и импеданса границы. *РЭ*, 2005, 50(5):552-563.
5. Новиков ФВ, Акулиничев ЮП. Сравнительная оценка влияния неоднородностей тропосферы и неровностей земной поверхности на характеристики электромагнитного поля. *Доклады ТУСУРа*, 2011, 1(23):60-64.
6. Газарян ЮЛ. Об одномерной задаче о распространении волны в среде со случайными неоднородностями. *ЖЭТФ*, 1969, 56(6):1856-1871.
7. Захаров ФН, Акулиничев ЮП. Расчет уровня среднего электромагнитного поля численным методом в случайно-неоднородной атмосфере. *Доклады ТУСУРа*, 2015, 2(36):10-18.
8. Потапов АА. Многократное рассеяние волн во фрактальных случайно-неоднородных средах с точки зрения радиолокации самоподобных множественных групповых целей. *РЭНСИТ*, 2018, 10(1):3-22. DOI: 10.17725/rensit.2018.10.003.
9. Гурбатов СН, Грязнова ИЮ, Иващенко ЕН. Исследование обратного рассеяния акустических волн дискретными неоднородностями разных размеров. *Акустический журнал*, 2016, 62(2):203-207.
10. Манштейн А.К. *Малоглубинная геофизика.* Новосибирск, Институт геофизики СО РАН, 1997, 136 с.
11. Татарский ВИ. *Распространение волн в турбулентной атмосфере.* М., Наука, 1967, 548 с.
12. Семенов АА, Арсеньян ТИ. *Флуктуации электромагнитных волн на приземных трассах.* М., Наука, 1978, 272 с.
13. Григорьев ГИ, Заборонкова ТМ, Коган ЛП. Рассеяние электромагнитных на слое с одномерными неоднородностями прямоугольной формы. *РЭ*, 2017, 62(10):945-952.
14. Крайнюков ИА, Зернов НИ. Об отражении электромагнитных волн от случайно-неоднородной среды с флуктуациями комплексной диэлектрической проницаемости. *РЭ*, 2013, 58(6):578-582.
15. Бреховских ЛМ. *Волны в слоистых средах.* М., Изд-во АН СССР, 1957, 343 с.
16. Камке Э. *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. 4-е издание.* М., Наука, 1971, 576 с.
17. Кляцкин ВИ. *Очерки по динамике стохастических систем.* М., УРСС, 2012, 442 с.
18. Vinogradov AP, and Merzlikin AM. Band gap theory of localization in one-dimensional system. *Phys. Rev. E*, 2004, 70(2 Pt 2):026610-1---026610-4.
19. Блюх ЮП. Случайные резонаторы. *Изв.*

- вузов. *Прикладная нелинейная динамика*, 2012, 20(4):85-97.
20. Bliokh YP, Chaikina EI, Lizarraya N, Freilikher V, Mendes E, and Nori F. Disorder-induced cavities, resonances, and lasing in randomly-layered media. *Phys.Rev.B*, 2012, 86(8):054204-054208.
21. Shadrivov IV, Bliokh K, Bliokh YP, and Freilikher V. Bistability of Anderson localized states in nonlinear random media. *Phys.Rev. Letter*, 2010, 104(12):123902(4).

Григорьев Геннадий Иванович

к.ф.-м.н., доцент

НИРФИ при ННГУ им. Н.И. Лобачевского

Н. Новгород 603950, Россия

grig19@list.ru

Заборонкова Татьяна Михайловна

д.ф.-м.н., профессор

ННГТУ им. Р.Е. Алексева

Н. Новгород 603950, Россия

t.zaboronkova@rambler.ru

Коган Лев Петрович

к.ф.-м.н., доцент

Нижегородский гос. арх.-стр. университет

Н.Новгород 603950, Россия

L_kog@list.ru.