

DOI: 10.17725/rensit.2021.13.071

Изучение динамических процессов в задачах сейсморазведки пластов мезотрещиноватости методами математического и физического моделирования

Муратов М.В., Стогний П.В., Петров И.Б., Анисимов А.А., Караев Н.А.

Московский физико-технический институт, кафедра вычислительной физики, <https://mipt.ru/>
г. Долгопрудный 141701, Московская область, Российская Федерация

E-mail: max.muratov@gmail.com, stognii@phystech.edu, petrov@mipt.ru, nazim_karaev@mail.ru

Поступила 19.12.2020, рецензирована 24.12.2020, принята 29.12.2020

Аннотация: Статья посвящена исследованию распространения упругих волн в трещиноватой сейсмической среде методами математического моделирования. Полученные в ходе него результаты сравниваются с результатами физического моделирования на аналогичных моделях. Для математического моделирования используется сеточно-характеристический метод с гибридными схемами 1-3 порядка точности с аппроксимацией на структурных прямоугольных сетках. Реализована возможность задавать неоднородности (трещины) различной сложной формы и пространственной ориентации. Приведено описание разработанных механико-математических моделей трещин, которые могут быть использованы для численного решения задач сейсморазведки. В основе разработанных моделей лежит концепция бесконечно тонкой трещины, величина раскрытия которой не влияет на волновые процессы в области трещины. В данной модели трещины представлены границами и контактными границами с различными условиями на их поверхностях. Такой подход существенно снижает потребность в вычислительных ресурсах за счет отсутствия необходимости задания сетки внутри трещины. С другой стороны, он позволяет детально задавать форму трещин в области интегрирования, поэтому с помощью рассмотренного подхода можно наблюдать качественно новые эффекты, такие как формирование дифрагированных волн и многофазный волновой фронт из-за множественных отражений между поверхностями соседних трещин, которые недоступны для наблюдения при использовании эффективных моделей трещин, активно используемых в вычислительной сейсмике. Полученные результаты математического моделирования были верифицированы методами физического моделирования, было получено хорошее соответствие.

Ключевые слова: математическое моделирование, сеточно-характеристический метод, физическое моделирование, упругие волны, сейсморазведка, трещиноватые среды, мезотрещины

УДК 004.94

Благодарности: Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 19-01-00432.

Для цитирования: Муратов М.В., Стогний П.В., Петров И.Б., Анисимов А.А., Караев Н.А. Изучение динамических процессов в задачах сейсморазведки пластов мезотрещиноватости методами математического и физического моделирования. *РЭНСИТ*, 2021, 13(1):71-78. DOI: 10.17725/rensit.2021.13.071.

The study of dynamical processes in problems of mesofracture layers exploration seismology by methods of mathematical and physical simulation

Maxim V. Muratov, Polina V. Stognii, Igor B. Petrov, Alexey A. Anisimov, Nazim A. Karaev

Moscow Institute of Physics and Technology, <https://mipt.ru/>

Dolgoprudny 141701, Moscow region, Russian Federation

E-mail: max.muratov@gmail.com, stognii@phystech.edu, petrov@mipt.ru, nazim_karaev@mail.ru

Received December 19, 2020, peer-reviewed December 24, 2020, accepted December 29, 2020

Abstract: The article is devoted to the study of the propagation of elastic waves in a fractured seismic medium by methods of mathematical modeling. The results obtained during it are compared with the results of physical modeling on similar models. For mathematical modeling, the grid-characteristic method with hybrid schemes of 1-3 orders with approximation on structural rectangular grids is used. The ability to specify inhomogeneities (fractures) of various complex shapes and spatial orientations has been implemented. The description of the developed mathematical models of fractures, which can be used for the numerical solution of exploration seismology problems, is given. The developed models are based on the concept of an infinitely thin fracture, the size of the opening of which does not affect the wave processes in the fracture area. In this model, fractures are represented by boundaries and contact boundaries with different conditions on their surfaces. This approach significantly reduces the need for computational resources by eliminating the need to define a mesh inside the fracture. On the other hand, it allows you to specify in detail the shape of fractures in the integration domain, therefore, using the considered approach, one can observe qualitatively new effects, such as the formation of diffracted waves and a multiphase wavefront due to multiple reflections between the surfaces, which are inaccessible for observation when using effective fracture models actively used in computational seismic. The obtained results of mathematical modeling were verified by physical modeling methods, and a good agreement was obtained.

Keywords: mathematical modeling, grid-characteristic method, physical modeling, elastic waves, exploration seismology, fractured media, mesofractures

UDC 004.94

Acknowledgments: This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research, Grant No. 19-01-00432.

For citation: Maxim V. Muratov, Polina V. Stogniy, Igor B. Petrov, Alexey A. Anisimov, Nazim A. Karaev. The study of dynamical processes in problems of mesofracture layers exploration seismology by methods of mathematical and physical simulation. *RENSIT*, 2021, 13(1):71-78. DOI: 10.17725/rensit.2021.13.071.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ (72)
2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ (73)
 - 2.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД (73)
 - 2.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТРЕЩИН (74)
 - а) ГАЗОНАСЫЩЕННАЯ ТРЕЩИНА (74)
 - б) ФЛЮИДОНАСЫЩЕННАЯ ТРЕЩИНА (74)
 - в) СЛИПШАЯСЯ ТРЕЩИНА (74)
 - г) ЧАСТИЧНО-СЛИПШАЯСЯ ТРЕЩИНА (74)
 - 2.3. УСТАНОВКА ДЛЯ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ (75)
 - 2.4. ТЕХНОЛОГИЯ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕЩИННОГО СЛОЯ (75)
 - 2.5. МЕТОДОЛОГИЯ СОПОСТАВЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ (75)
3. РЕЗУЛЬТАТЫ (76)

3.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ (76)

3.2. РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ (77)

4. ВЫВОДЫ (77)

ЛИТЕРАТУРА (78)

1. ВВЕДЕНИЕ

Задача поиска трещинных коллекторов углеводородов отнесена к числу первостепенных задач геофизики, к разрешению которой привлекается сейсморазведка [1,2]. Повсеместное использование традиционных сейсмических технологий без достаточного обоснования их применения к нетрадиционным сейсмическим объектам во многих случаях приводит к многозначной геологической интерпретации сейсмических данных, ложным представлениям о геологическом строении целевого объекта.

Совместное использование математического и физического моделирования позволяет улучшить качество интерпретации сейсмических данных.

Работы [3-6] посвящены различным подходам к моделированию трещин. Согласно [7] выделяются несколько типов трещин в зависимости от их размера: микротрещины, раскрытие которых составляет порядка десятков микрон, а протяженность – несколько сантиметров; мезотрещины с раскрытием порядка сотен микрон, с протяженностью до нескольких метров, и макротрещины, раскрытие которых достигает порядка нескольких миллиметров и более, а протяженность – от десятков до сотен метров.

Для моделирования микротрещиноватости наиболее оптимальным будет использование эффективных моделей [8,9]. Мезо- и макротрещиноватость может быть рассмотрена более детально с дискретным заданием трещин в области интегрирования. Изучению образования откликов на макротрещинах с использованием такого подхода посвящены работы [10, 11]. В данной статье будут рассмотрены исследования с применением математического и физического моделирования образования откликов на пластах мезотрещин.

2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

2.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Для математического моделирования используется модель линейно-упругой среды. При расчете используется сеточно-характеристический метод со гибридной схемой 2-ого порядка.

Волновые процессы в упругой геологической среде описываются на основании определяющих уравнений теории линейно-упругой среды [12]. Состояние бесконечно малого объема среды, согласно данной модели, подчиняется системе двух уравнений: локального уравнения движения и реологического соотношения, связывающего напряжения и деформации в среде. Их можно привести к виду:

$$\rho \frac{\partial V_i}{\partial t} = \frac{\partial T_{ji}}{\partial x_j},$$

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial t} = \lambda \left(\sum_k \frac{\partial V_k}{\partial x_k} \right) I_{ij} + \mu \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right). \quad (1)$$

где V_i – компонента скорости, T_{ji} – тензора напряжений, ρ – плотность среды, λ и μ – коэффициенты Ламе, I_{ij} – компонента единичного тензора. Введя вектор переменных $\vec{u} = \{V_x, V_y, T_{xx}, T_{yy}, T_{xy}\}$, систему (1) приводим к виду:

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \sum_{i=1,2} A_i \frac{\partial \vec{u}}{\partial \xi_i} = 0. \quad (2)$$

Численное решение (2) находится с применением сеточно-характеристического метода [13]. Проводим по координатное расщепление и заменой переменных сводим систему к системе независимых скалярных уравнений переноса в инвариантах Римана.

$$\frac{\partial \vec{w}}{\partial t} + \Omega_i \frac{\partial \vec{w}}{\partial \xi'_i} = 0, \quad i = 1, 2. \quad (3)$$

Для каждого уравнения переноса (3) производится обход всех узлов расчетной сетки, и для каждого узла опускаются характеристики. С временного слоя n соответствующая компонента вектора \vec{w} переносится на временной слой $n+1$ по формуле

$$w_k^{n+1}(\xi'_i) = w_k^n(\xi'_i - \omega_k \tau),$$

где τ – шаг по времени.

После того, как все значения перенесены, идет обратный переход к вектору искомым значений \vec{u} .

Сеточно-характеристический метод позволяет применять наиболее корректные алгоритмы на границах и контактных границах области интегрирования [14,15].

Граничное условие можно записать в общем виде как:

$$D\vec{u}(\xi_1, \xi_2, t + \tau) = \vec{d},$$

где D – некоторая матрица размера 9×3 для трехмерного случая (5×2 – для двумерного), \vec{d} – вектор, $\vec{u}(\xi_1, \xi_2, t + \tau)$ – значение искомым значений скорости и компонент тензора напряжений в граничной точке на следующем временном шаге.

2.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТРЕЩИН

В реальных задачах сейсморазведки приходится сталкиваться с неоднородностью характера взаимодействия упругих волн с поверхностью трещины при прохождении через нее. Трещина представляет собой сложную неоднородную структуру [7,16]. Местами створки трещины находятся на некотором отдалении и разделены насыщающим флюидом или пустотой [7], местами наблюдается слипание, когда под действием сил давления стенки вплотную прилегают друг к другу [17]. Кроме того, трещины можно классифицировать по характеру насыщения: флюид или газ [7,17].

В рассматриваемой задаче использовались дискретные модели трещин, основанные на концепции бесконечно-тонкой трещины. Трещина задавалась в виде границы или контактной границы с определенным граничным условием.

а) Газонасыщенная трещина

Модель газонасыщенной трещины хорошо моделирует поведение трещин, заполненных воздухом или газом на небольшой глубине до 100-150 м [17]. При больших глубинах под действием давления трещины с воздухом закрываются, а газ приобретает свойства жидкости.

Трещина задается в виде граничного условия свободного отражения на створках трещины:

$$T\vec{n} = 0.$$

Такая модель применима для описанной ситуации. Скорость распространения продольных упругих волн в геологической среде (1500 – 7000 м/с) значительно больше скорости в воздухе (330 м/с) или природном газе (430 м/с) при небольших давлениях. Скорость распространения поперечных волн в воздухе равна нулю. Аналогично с плотностями (1000-3000 кг/м³ против 1,2 кг/м³). Поэтому коэффициент отражения примерно равен единице.

Таким образом трещину, наполненную газом под давлением, близким к нормальному, можно считать пустой и задавать граничным условие свободной границы, которая дает полное отражение падающей на нее волны.

б) Флюидонасыщенная трещина

В большинстве решаемых на практике задач трещины заполнены флюидом: водой, нефтью, сжиженным газом и т.д. [7,11,17] Поэтому целесообразным было разработать модель, позволяющую описывать такую ситуацию.

Флюидонасыщенная трещина задается как контактная граница с условием свободного скольжения [11]:

$$\vec{v}_a \cdot \vec{n} = \vec{v}_b \cdot \vec{n}, \quad \vec{f}_n^a = -\vec{f}_n^b, \quad \vec{f}_\tau^a = \vec{f}_\tau^b = 0.$$

Такая контактная граница полностью пропускает продольные колебания без отражения и полностью отражает поперечные волны. Такая картина соответствует реальной ситуации: значения скоростей распространения продольных волн в жидкостях и плотностей сопоставимы со значениями скоростей и плотностей геологических сред; в то время как скорости поперечных колебаний в жидкостях близки к нулю.

в) Слипшаяся трещина

На большой глубине под действием давления бывает, что створки трещин соприкасаются так, что упругие волны почти полностью проходят сквозь трещину. В таком случае оптимально будет использовать контактное условие полного слипания [11]:

$$\vec{v}_a = \vec{v}_b, \quad \vec{f}_a = -\vec{f}_b.$$

где \vec{v} – скорости соприкасающихся граничных точек, \vec{f} – действующая на границу сила, a – первая, а b – вторая створка трещины.

г) Частично-слипшаяся трещина

В реальной сейсморазведке имеют место быть частично слипшиеся трещины [11, 17], в которых часть поверхности створок является слипшейся, а часть разделена флюидом или газом. Такие трещины показываются частичное пропускание фронта упругих волн, что сказывается на амплитудах волн отклика на сейсмограммах.

Была разработана модель трещины, где в разных точках створок случайным образом задавались условия газонасыщения (флюидонасыщения) и полного слипания. Количество тех или иных точек регулировалось весовым коэффициентом – коэффициентом слипания. Такая модель позволила задать

газонасыщенные и флюидонасыщенные трещины с процентом слипшихся точек от 0 до 100% процентов.

Так как в одних точках трещина отражает волновой фронт, а в других пропускает, то суперпозиция рассеянных волн, образовавшихся при взаимодействии со всеми точками, представляет собой отклик газонасыщенной (флюидонасыщенной) трещины с меньшей амплитудой.

2.3. УСТАНОВКА ДЛЯ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для проведения в рамках данной темы исследований на физических моделях применяется установка для ультразвукового сейсмического моделирования (УУСМ). Установка выполнена по одноканальной схеме и включает в себя:

- источник упругих колебаний из пьезокерамики;
- приемник упругих колебаний из пьезокерамики;
- генератор возбуждающих электрических импульсов;
- сейсмический усилитель;
- аналого-цифровой преобразователь;
- персональный компьютер – контроллер, управляющий всеми узлами системы и хранящий результаты моделирования.

Функциональная схема УУСМ приведена на **Рис. 1.**

Генератор возбуждающих импульсов (ГВИ) вырабатывает напряжение в виде последовательности коротких импульсов. Источник сейсмических волн (И), подключенный к выходу ГВИ, излучает в среду физической модели (ФМ) упругие колебания – сейсмические волны. Сейсмические волны различных типов, распространяющиеся в среде, регистрируются сейсмоприемником

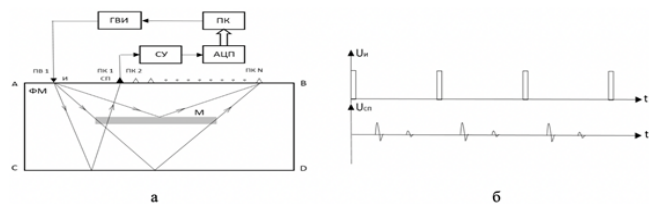


Рис. 1. Функциональная схема (а) и временные диаграммы (б) установки для ультразвукового сейсмического моделирования УУСМ.

(СП), который последовательно перемещается по пунктам (ПК 1 – ПК N) сейсмического профиля. Сигнал с выхода сейсмоприемника (СП) усиливается сейсмическим усилителем (СУ) до необходимого уровня и преобразуется аналого-цифровым преобразователем (АЦП) в цифровую форму. Регистрация, обработка цифровых сигналов, запись в стандартном сейсмическом формате SEG-Y и управление системой в целом выполняется с помощью персонального компьютера (ПК).

Перемещая источник и сейсмоприемник по заданным пунктам сейсмического профиля, можно сформировать заданную систему наблюдения. Данные накапливаются в виде *n*-канальных сейсмограмм и могут обрабатываться по стандартным графам обработки, используемым в сейсморазведке.

2.4. ТЕХНОЛОГИЯ ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ТРЕЩИННОГО СЛОЯ

Физическая модель была изготовлена из листа плексигласа размерами 1640×800×4 мм и моделирует однородную среду, в которой размещен исследуемый мезотрещиноватый пласт заданной формы и с заданными физическими параметрами. При коэффициенте геометрического подобия $K = 4000$ можно смоделировать геологический разрез размером 6560×3200 м. В установке УУСМ используются сигналы с частотой сигнала порядка 40-50 кГц. Сейсмические волны распространяются в среде со скоростями продольных и поперечных волн $V_p = 2200 - 2400$ м/с и $V_s = 1200 - 1300$ м/с. Соответственно в среде модели распространяются сейсмические волны с длиной волны $\lambda = 5 - 6$ см.

На Рис. 1а сторона листа АВ соответствует дневной поверхности, а сторона АС – глубине. Сторона листа CD (“дно” модели) может быть использована как очень контрастный опорный горизонт. С учетом коэффициента подобия $K = 4000$ сигналы ультразвуковых частот трансформируются в область низких частот с преобладающими частотами порядка 10-12 Гц.

2.5. МЕТОДОЛОГИЯ СОПОСТАВЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Результаты как математического, так и физического моделирования сохраняются в

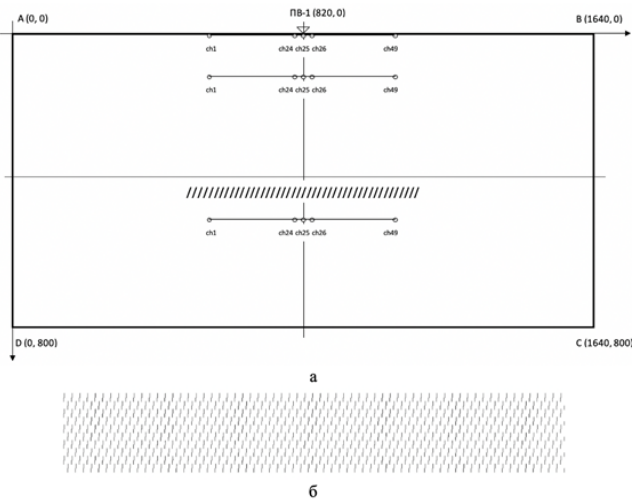


Рис. 2. Схема наблюдения (а), детализация картины расположения трещин в пласте (б).

стандартном сейсмическом формате SEG-Y. Производится обработка полученных данных с целью количественного сопоставления результатов. Для качественного сопоставления результатов производится визуализация в виде сейсмограмм в программе SeiSee.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

3.1. Постановка задачи

Рассматривается задача изучения волновых откликов от системы однородно ориентированных мезотрещин, расположенных на глубине 1640 м. Горизонтальная протяженность пласта составляет 2800 м, вертикальная 120 м. Трещины равномерно распределены в пласте. Высота трещин 12 м, расстояние между трещинами 12 м, угол наклона 5 градусов. Схема наблюдения представлена на Рис. 2.

Используется пункт точечного возмущения, расположенный на дневной поверхности, его горизонтальное положение совпадает с центром пласта трещин. Частота возбуждаемого сейсмического импульса 10 Гц.

Используются три профиля наблюдения, на которых фиксируются волновые отклики в виде сейсмограмм:

1) Пункты приема ПК-1 – ПК-49 расположены на дневной поверхности с интервалом 40 м справа

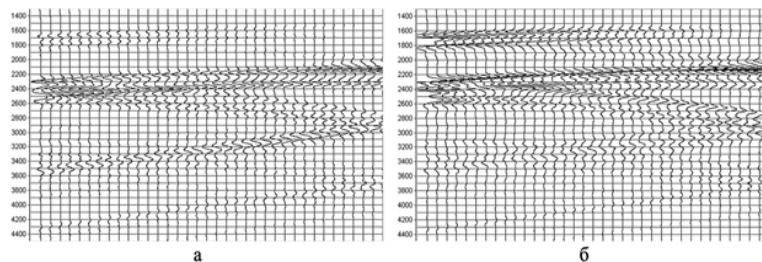


Рис. 3. Результаты в виде сейсмограмм для горизонтальной компоненты, полученные с помощью математического (а) и физического (б) моделирования для профиля, расположенного на поверхности.

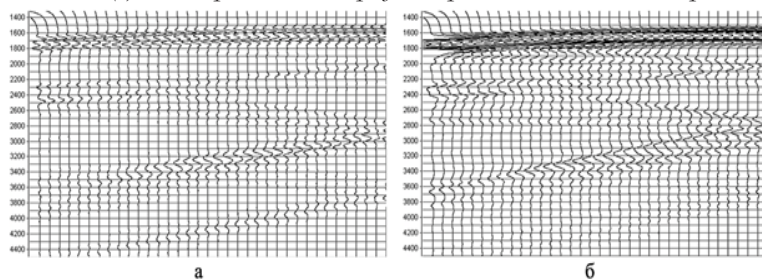


Рис. 4. Результаты в виде сейсмограмм для вертикальной компоненты, полученные с помощью математического (а) и физического (б) моделирования для профиля, расположенного на поверхности.

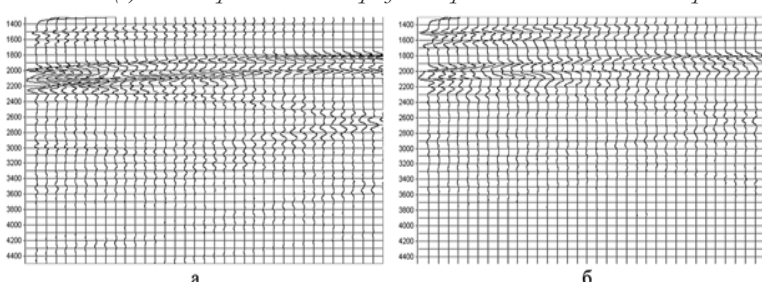


Рис. 5. Результаты в виде сейсмограмм для горизонтальной компоненты, полученные с помощью математического (а) и физического (б) моделирования для профиля на глубине 400 м.

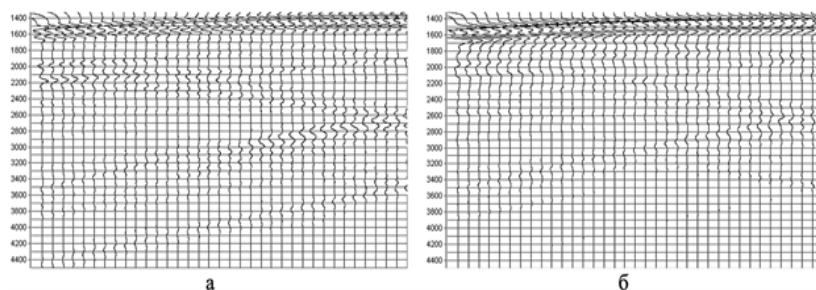


Рис. 6. Результаты в виде сейсмограмм для вертикальной компоненты, полученные с помощью математического (а) и физического (б) моделирования для профиля на глубине 400 м.

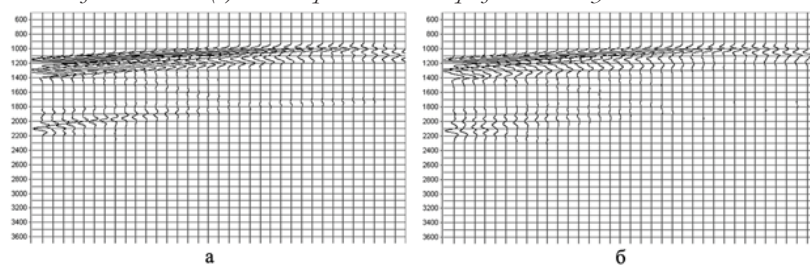


Рис. 7. Результаты в виде сейсмограмм для горизонтальной компоненты, полученные с помощью математического (а) и физического (б) моделирования для профиля на глубине 2000 м.

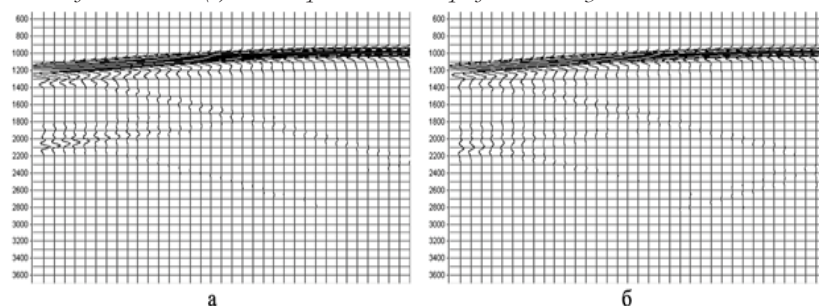


Рис. 8. Результаты в виде сейсмограмм для вертикальной компоненты, полученные с помощью математического (а) и физического (б) моделирования для профиля на глубине 2000 м.

и слева от источника по 24 датчика. Датчики ПК-1 – ПК-49 располагаются слева направо. ПК-25 совмещен с пунктом возбуждения.

2) Пункты приема ПК-1 – ПК-49 расположены на глубине 400 м с интервалом 40 м справа и слева от источника по 24 датчика. Датчики ПК-1 – ПК-49 располагаются слева направо. ПК-25 находится под пунктом возбуждения.

3) Пункты приема ПК-1 – ПК-49 расположены на глубине 2000 м с интервалом 40 м справа и слева от источника по 24 датчика. Датчики ПК-1 – ПК-49 располагаются слева направо. ПК-25 находится под пунктом возбуждения.

3.2. РЕЗУЛЬТАТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Было проведено решение поставленной задачи совместно методами математического и физического моделирования. Результаты приведены на рисунках – для математического моделирования слева, для физического – справа. Видно достаточно хорошее соответствие.

4. ВЫВОДЫ

Разработанная методика, основанная на сеточно-характеристическом методе, позволяет проводить математическое моделирование для задач сейсмозондирования в слоях однородно ориентированных мезотрещин. Несколько моделей трещин, основанных на концепции бесконечно тонкой трещины, были разработаны для моделирования неоднородностей с различными типами насыщения: газонасыщенные, флюидонасыщенные, склеенные и частично склеенные газонасыщенные и флюидонасыщенные трещины.

Проведено численное моделирование задачи сейсмозондирования пласта мезотрещин в постановке, близкой к реальной, с регистрацией волновых откликов в трех профилях приемников. Аналогичная задача решалась с помощью физического моделирования, результатами которой были верифицированы результаты математического моделирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sheriff RE, Geldart LP. *Exploration seismology*. Cambridge University Press, 1995, 592 p.
2. Брадучан ЮВ, Гольдберг АВ, Гурари ФГ. *Баженовский горизонт Западной Сибири*. Новосибирск, Наука, 1986, 216 с.
3. Khokhlov N, Stognii P. Novel approach to modeling the seismic waves in the areas with complex fractured geological structures. *Minerals*, 2020, 10(2):122.
4. Nikitin IS, Burago NG, Golubev VI, Nikitin AD. Methods for Calculating the Dynamics of Layered and Block Media with Nonlinear Contact Conditions. *Smart Innovation, Systems and Technologies*, 2020, 173:171-183.
5. Cui X, Lines LR, Krebs ES. Seismic Modelling for Geological Fractures. *Geophys. Prospect*, 2018, 66:157-168.
6. Chentsov EP, Sadovskii VM, Sadovskaya OV. Modeling of wave processes in a blocky medium with fluid-saturated porous interlayers. *AIP Conference Proceedings*, 2017, 1895:080002.
7. Левянт ВБ, Петров ИБ, Квасов ИЕ. Численное моделирование волнового отклика от субвертикальных макротрещин, вероятных флюидопроводящих каналов. *Технологии сейсморазведки*, 2011, 4:41-61.
8. Bakulin A, Grechka V, Karaev N, Anisimov A, Kozlov E. Physical modeling and theoretical studies of seismic reflections from a fault zone. *SEG*, 2004, 1674-1677.
9. Willis ME, Burns DR, Rao R, Minsley B, Toksöz MN, Vetri L. Spatial orientation and distribution of reservoir fractures from scattered seismic energy. *Geophysics*, 2006, 71(5):O43-O51.
10. Левянт ВБ, Петров ИБ, Муратов МВ. Численное моделирование волновых откликов от системы (кластера) субвертикальных макротрещин. *Технологии сейсморазведки*, 2012, 1:5-21.
11. Petrov IB, Muratov MV. Application of the Grid-Characteristic Method to the Solution of Direct Problems in the Seismic Exploration of Fractured Formations (Review). *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2019, 11:924-939.
12. Новацкий ВК. *Теория упругости*. М., Мир, 1975, 872 с.

13. Магомедов КМ, Холодов АС. Сеточно-характеристические численные методы. М., Наука, 1988, 288 с.
14. Petrov IB, Tormasov AG, Kholodov AS. On the use of hybrid grid-characteristic schemes for the numerical solution of three-dimensional problems in the dynamics of a deformable solid. *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 1990, 30(4):191-196.
15. Favorskaya AV, Breus AV, Galitskii BV. Application of the grid-characteristic method to the seismic isolation model *Smart Innovation, Systems and Technologies*, 2019, 133:167-181.
16. Козлов ЕА. *Модели среды в разведочной сейсмологии*. Тверь, ГЕРС, 2006, 480 с.
17. Левянт ВБ, Миряха ВА, Муратов МВ, Петров ИБ. Оценка влияния на сейсмический отклик степени раскрытости трещины и доли площади локальных контактов к ее поверхности. *Технологии сейсморазведки*, 2015, 3:16-30.

Муратов Максим Викторович

к.ф.-м.н.

МФТИ, кафедра вычислительной физики
**9, Институтский пер., г. Долгопрудный
 141701, Московская обл., Россия**
max.muratov@gmail.com

Стогний Полина Владимировна

младший научный сотрудник

МФТИ, кафедра вычислительной физики
**9, Институтский пер., г. Долгопрудный
 141701, Московская обл., Россия**
stognii@phystech.edu

Петров Игорь Борисович

д.ф.-м.н., профессор, чл.-корр. РАН, акад. РАЕН

МФТИ, кафедра вычислительной физики
**9, Институтский пер., г. Долгопрудный
 141701, Московская обл., Россия**
petrov@mipt.ru

Анисимов Алексей Александрович

научный сотрудник

НОУ УНПК МФТИ

Караев Назим Алигейдарович

д.ф.-м.н., профессор

НОУ УНПК МФТИ
**9, Институтский пер., г. Долгопрудный
 141701, Московская обл., Россия**
nazim_karaev@mail.ru.