

DOI: 10.17725/rensit.2023.15.185

Применение химерных сеток для явного учета неоднородностей при моделировании распространения

упругих волн

Митьковец И.А.

Московский физико-технический институт, <https://mipt.ru/>
г. Долгопрудный 141701, Московская область, Российская Федерация
E-mail: mitkovets@phystech.edu

Поступила 09.05.2023, рецензирована 16.05.2023, принята 23.05.2023

Представлена действительным членом РАЕН И.Б. Петровым

Аннотация: Метод химерных сеток применен для моделирования распространения упругих возмущений в средах, содержащих поровые и трещиноватые включения. Рассматривается модель линейно упругой изотропной среды, которой описывается состояние геологической породы. Для численного моделирования динамического распространения упругих возмущений применяется сеточно-характеристический метод со схемой Рузанова третьего порядка точности. Особое внимание уделяется присутствию отдельных включений пор или трещин, которые вносят неоднородность в среду и могут существенно влиять на отклик упругих возмущений. Использование метода химерных сеток позволяет описать как положение, так и форму таких включений с явным учетом их влияния на распространение упругих возмущений. Получена методика численного моделирования распространения упругих возмущений в средах с поровыми и трещиноватыми включениями, которая может быть использована для оценки влияния таких включений на динамический отклик упругих возмущений. Представленные результаты могут быть применены в геофизических и сейсмических исследованиях, связанных с моделированием динамики различных процессов в грунтах и горных породах.

Ключевые слова: сеточно-характеристический метод, химерные сетки, упругая волна, поры, трещины

УДК 519.633.2

Для цитирования: Митьковец И.А. Применение химерных сеток для явного учета неоднородностей при моделировании распространения упругих волн. РЭНСИТ: Радиозлектроника. Наносистемы. Информационные технологии, 2023, 15(2):185-192. DOI: 10.17725/rensit.2023.15.185.

Application of Chimeric Meshes for Explicit Accounting for Inhomogeneities in Modeling the Propagation of Elastic Waves

Ivan A. Mitskovets

Moscow Institute of Physics and Technology, <https://mipt.ru/>
Dolgoprudny 141701, Moscow Region, Russian Federation
E-mail: mitkovets@phystech.edu

Received May 09, 2023, peer-reviewed May 16, 2023, accepted May 23, 2023

Abstract: The method of chimeric meshes is applied to simulate the propagation of elastic perturbations in media containing porous and fractured inclusions. A model of a linearly elastic isotropic medium is considered, which describes the state of a geological rock. The grid-characteristic method with the third-order accurate Rusanov scheme is used for numerical modeling of the dynamic propagation of elastic disturbances. Special attention is paid to the presence of separate inclusions of pores or fractures, which introduce heterogeneity into the medium and can

substantially influence the response of elastic disturbances. The use of the chimera grid method allows for both the position and shape of such inclusions to be described explicitly, taking into account their influence on the propagation of elastic disturbances. As a result of the conducted investigation, a methodology for numerical modeling of the propagation of elastic disturbances in media with porous and fractured inclusions was developed, which can be used to assess the influence of such inclusions on the dynamic response of elastic disturbances. The presented results can be applied in geophysical and seismic research related to modeling the dynamics of various processes in soils and rocks.

Keywords: grid-characteristic method, chimera grids, elastic wave, pores, cracks

UDC 519.633.2

For citation: Ivan A. Mitskovets. Application of Chimeric Meshes for Explicit Accounting for Inhomogeneities in Modeling the Propagation of Elastic Waves. *RENSIT: Radioelectronics. Nanosystems. Information Technologies*, 2023, 15(2):185-192e. DOI: 10.17725/rensit.2023.15.185.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ (186)
2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ (187)
3. ТРЕЩИНЫ (187)
4. ПОРЫ (189)
5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ (191)

ЛИТЕРАТУРА (191)

1. ВВЕДЕНИЕ

Сейсмическая разведка является одним из старейших и распространенных методов поиска и разведки месторождений углеводородов. Основным ее предназначением является определение структуры подповерхностного пространства на основе наземных и скважинных данных наблюдений. Однако не менее важным элементом этого метода является описание процесса распространения сейсмических волн от источника внутрь геологической среды. Это позволяет решать такие задачи, как уточнение запасов углеводородов в районах с высокой скважинной активностью, генерация синтетических сейсмограмм для региональных исследований, а также уточнение наличия и характеристик углеводородов в известных геологических структурах. Значительный прогресс в этой области достигается при использовании численного моделирования распространения сейсмических волн в надежных геологических моделях, так как это позволяет создавать произвольные внутренние структуры среды и оценивать синтетический сигнал-отклик.

В настоящей работе рассматривается метод изучения пространственных динамических

процессов, происходящих в геологических средах с пористыми и трещиноватыми включениями в процессе сейсмической разведки. Для численного интегрирования возникающих систем дифференциальных уравнения в частных производных применяется сеточно-характеристический метод [1,2].

Геологические породы, содержащие пористые и трещиноватые включения, являются одним из основных источников углеводородов, однако понимание их структуры и свойств остается сложной задачей для геологов. Это связано с тем, что подобные структуры имеют комплексную геометрию и их свойства могут изменяться в зависимости от многих факторов, таких как комбинация пористости, проницаемости и плотности пор. Одной из задач, которую можно решить с помощью изучения динамических процессов в геологических средах с пористыми и трещиноватыми включениями, является определение оптимальных мест для добычи углеводородов. Развитая сеть микротрещин и относительно высокая пористость играют важную роль в добыче природного газа в плотных газоносных песчаниковых коллекторах. Эти структуры могут быть использованы для контролируемого хранения и миграции газа благодаря их низкой пористости и проницаемости [3].

Одновременно с этим, развитие природных микротрещин способствует формированию сети пор-трещин при гидроразрыве пласта, что также является важным фактором в добыче углеводородов. Рассеивание волны на пористых

неоднородностях вносит значительные изменения в характер распространения упругих волн, что было показано в [4].

Классические работы, в построении которых считается, что поры равно распределены по объему, такие как модели Гассмана или Био [5,6,7], не позволяют учитывать всех особенностей распределения пористых включений. Это обуславливает необходимость создания моделей, которые позволяют описывать физические свойства подобных структур с максимальной точностью, описывая их форму [8,9] и включая сейсмические характеристики пор и микротрещин. Решение обратной задачи на основе сейсмических данных является одним из способов создания таких моделей. Этот подход позволяет создать модель геологического устройства под поверхностью и определить оптимальные места для бурения скважин. Использование моделей, учитывающих различные физические свойства пор и микротрещин, позволяет предсказывать и детектировать проявления, связанные с добычей углеводородов, и управлять такими процессами.

2. МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Концепция химерных (смещенных, наложенных, перекрывающихся) сеток возникла из потребности в моделировании многокомпонентных систем, в которых каждый компонент требует оптимальную сетку, адаптированную под его форму. Путем реализации произвольного перекрытия между соседними сетками в перекрывающей системе каждая сетка может быть сгенерирована независимо. Акцент при создании сетки может быть сосредоточен на поддержании высокого качества ячеек, таких как ортогональность и размер ячеек. Гибкость данного подхода обычно приводит к значительно лучшему качеству сеток в сравнении с иерархическими сетками, где точки сеток на границах соседних зон должны полностью совпадать. Кроме того, подход перекрывающихся сеток позволяет определить локальные изменения геометрии, такие как добавление или удаление компонентов, без необходимости полной перестройки сеточной системы.

При применении метода химерных сеток, который может включать в себя различные численные методы, включая сеточно-характеристический метод, для решения задач, связанных с расчетом физических параметров, описывающих поведение среды в последующие моменты времени, возможно производить вычисления независимо в основной вычислительной сетке и в химерных сетках на каждом временном шаге в отдельности. После завершения моделирования распространения возмущений на данном временном шаге во всех химерных и основных сетках, необходимо произвести интерполяцию значений физического состояния среды из химерных сеток в основные сетки, которые пересекаются с ними. Это необходимо для возможности учета влияния неоднородностей, описываемых этими химерными сетками, при произведении расчета на следующем временном шаге [10].

В дальнейшем, следующий временной шаг начинается с интерполяции из основной сетки в приграничные узлы химерных сеток, которые пересекаются с основной сеткой. Таким образом, достигается моделирование взаимодействия различных областей, описываемых химерными сетками, с прочими частями моделируемой области. Этот подход предназначен для достижения большей точности при проведении вычислений, особенно в случаях, когда область расчетов содержит неоднородные участки, расположенные в различных местах моделируемой области.

3. ТРЕЩИНЫ

Для представления трещиноватой среды были использованы регулярные прямоугольные сетки. Сплошная среда была описана одной прямоугольной сеткой, а трещины были заданы при помощи наложенных прямоугольных сеток, соосных описываемым трещинам. Используемый метод расчета прямой трещины на регулярной прямоугольной сетке и его реализация применительно к сеточно-характеристическому методу, был описан в статье [11]. Наложённая регулярная прямоугольная сетка была необходима для учета трещины соосной повернутой сетке. Таким образом в предлагаемом методе необходимо использовать

количество наложенных сеток, равное количеству учитываемых трещин.

Однако существует другой способ задания повернутой трещины, который не требует использования наложенных сеток. Этот метод работает путем замены одной трещины на множество малых трещин, привязанных к узлам основной сетки, и был также описан в [12,13]. Несмотря на то, что оба метода обеспечивают достаточную точность расчетов, использование множества малых трещин может привести к увеличению количества вычислительных операций, и в некоторых случаях, может вносить дополнительную ошибку, связанную с "лестничной структурой" трещины, описываемой подобным методом. Таким образом, выбор между этими методами может зависеть от конкретных условий и требуемой точности расчетов.

Для проверки корректности работы метода были выполнены ряд тестовых расчетов моделирования распространения волновых возмущений, происходящих от точечного источника частотой $f = 15$ Hz, для различных углов поворота модели трещины. Углом поворота трещины считается угол между осями Ox наложенной и основной сеток. Создаваемые источником возмущения описываются импульсом Риккера.

В ходе расчетов для моделирования сплошной среды использовалась регулярная прямоугольная сетка размером 700×700 узлов, каждый размером 2 м. Для моделирования повернутых трещин были использованы повернутые регулярные прямоугольные сетки размера 32×13 узлов, состоящие из ячеек 2 м. Характеристики сплошной среды были следующие: плотность $\rho = 400$ кг/м³; продольная скорость упругой волны $C_p = 2850$ м/с; поперечная скорость $C_s = 1650$ м/с.

В работе было проведено моделирование распространения динамических волновых возмущений в течение с шагом по времени $dt = 0.3$ мс в течении 0.75 секунд. Схема постановки в серии тестовых расчетов для различных углов поворота трещины относительно осей основной сетки представлена на **Рис. 1**, в данной серии переменным является угол α на Рис. 1. Угол между нормалью к трещине и отрезком от центра

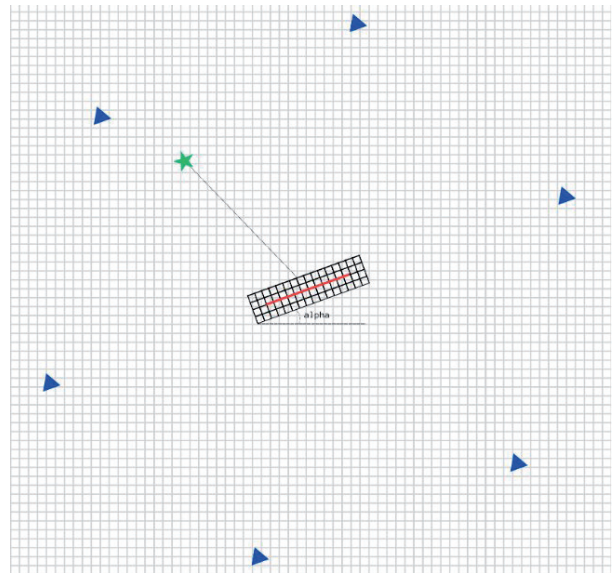


Рис. 1. Серыми линиями обозначены ребра основной сетки, черными ребра наложенной. Синие треугольники обозначают положения приемников, зеленой звездой – положение источника упругих волн.

трещины к источнику остается неизменным и составляет 5° . При этом от расчета к расчету положение источника остается неизменным, а система наложенная сетка-трещина-приемники, вращается относительно источника. Визуализации распространения напряжения в среде, в условиях описываемого расчета для $\alpha = 55^\circ$ в виде волновых картин представлена на **Рис. 2**.

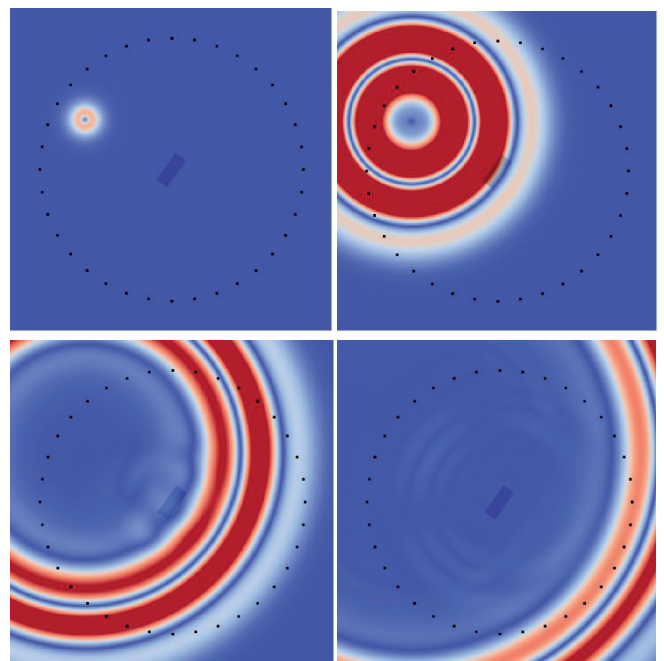


Рис. 2. Волновые картины напряженности среды, содержащей повернутую трещину, описываемую при помощи наложенной сетки при наличии точечного источника упругой волны.

В качестве меры, позволяющей оценить корректность предложенного метода моделирования единичной трещины при различных углах поворота, использовалась усредненная ошибка по норме L_2 , рассчитываемая для всех приемников на протяжении всего периода моделирования. Для сравнения результатов были использованы эталонные данные, полученные при повороте трещины на угол $\alpha = 0^\circ$. Графическое представление зависимости ошибки для различных компонент тензора напряженности среды можно увидеть на **Рис. 3**.

Результаты показали, что метод достаточно точен при моделировании трещины при малых углах поворота трещины относительно осей основной сетки, но при более крутых углах требуются дополнительные исследования для уточнения точности метода. Необходимо подчеркнуть, что максимальное значение полученной нами погрешности для обеих компонент напряженности не превышает 0.08, демонстрируя эффективность предлагаемого нами метода

Была проведена проверка корректности работы метода при моделировании единичной трещины для различных углов поворота относительно осей основной сетки. Результаты показали, что метод дает достаточно точные результаты в этом случае. Однако, для убедительного подтверждения способностей метода в более широком диапазоне условий, необходимы дополнительные исследования. В частности, следует рассмотреть моделирование нескольких трещин, взаимодействующих друг с другом, а также моделирование трещин при различных углах между нормалью трещины и направлением на источник.

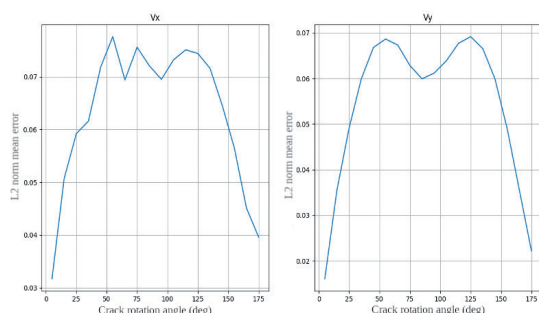


Рис. 3. Средняя ошибка по норме L_2 по всем приемникам от угла поворота трещины.

4. ПОРЫ

Для точного моделирования распространения упругих волн с полыми отверстиями был предложен метод наложенных сеток [14]. Он позволяет описать свободную границу отверстия круглой или овальной формы, образовав кольцевую криволинейную сетку. Это достигается путем взаимно однозначного преобразования равномерной регулярной сетки в криволинейную, состоящую из кольца узлов. В узлах сетки на перпендикулярных ей границах были применены периодические граничные условия. Эти границы, помеченные красным цветом на **Рис. 4**, полностью совпадают и замыкают сетку в кольцо, что позволяет моделировать распространение возмущения в узлах на этих границах в любом направлении аналогично внутренним узлам сетки.

Периодические граничные условия реализованы таким образом, что для узлов, находящихся близко к одной из границ, соседями являются также узлы, находящиеся у противоположной границы. Внешняя сторона такой "закольцованной" сетки граничных условий не имеет. Реализация периодических граничных условий позволяет описывать полые отверстия равносторонним многоугольником, который образуется на внутренней стороне наложенной сетки. В отличие от ломаной,

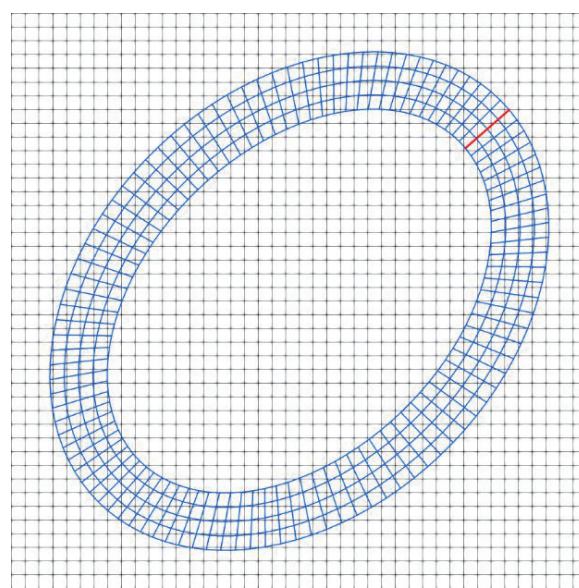


Рис. 4. Черными линиями обозначены ребра основной сетки, синими ребра наложенной. Красная линия обозначает положение торцов наложенной сетки, обладающих периодическими граничными условиями.

состоящей из перпендикулярных друг другу отрезков, совпадающих с ребрами основной регулярной сетки, при использовании "лестничного" описания границы регулярной сеткой, такой метод является более точным и корректным.

Граница наложенной сетки, являющаяся внутренней границей кольца, используется для определения граничных условий свободной поверхности, которые формируют стенку полого отверстия. Таким образом, можно производить моделирование распространения упругих волн в среде, в которой присутствуют полые поровые включения различных овальных форм, частным случаем которых, являются круглые поры. Волновые картины, получаемые в результате моделирования взаимодействия упругой волны с отверстием овальной формы реализованным предлагаемым методом, приведены на **Рис. 5**.

Для проверки верности использования нашего метода при моделировании распространения упругих волн в неоднородной среде через единичные отверстия была проведена серия расчетов. Они позволили проверить симметрию реализации системы наложенной сетки и основной сетки в случае применения периодического граничного

условия на замкнутых границах наложенной сетки, образующей кольцо вокруг отверстия.

Для численной оценки мы провели серию расчетов в квадратной области в условии наличия круглого отверстия. Характеристики сплошной среды были следующие: плотность $\rho = 2500 \text{ кг/м}^3$; продольная скорость упругой волны $C_p = 3000 \text{ м/с}$; поперечная скорость $C_s = 1500 \text{ м/с}$. В работе было проведено моделирование распространения динамических волновых возмущений в течение с шагом по времени $dt = 0.2 \text{ мс}$ в течении 0.12 секунд.

Основная сетка представляет собой квадратную равномерную сетку размером 450×450 узлов по 1.8 м каждый, наложенная сетка также представлена квадратной равномерной сеткой размером 119×5 узлов, размером 1.8 м. Кроме того, мы расположили 72 приемника на расстоянии 12 метров от внешнего края наложенной сетки. Затем мы наложили на описанное отверстие две плоские волны с частотой 100 Hz, симметрично относительно прямой, проходящей через центр отверстия под переменным углом. В результате данного расчета была вычислена сумма ошибок принятого приемниками сигнала по норме L_2 в течение всего периода моделирования. Результаты расчета данной метрики для различных углов между прямой, параллельной плоскостям падающих волн и осью Ox , представлены на **Рис. 6**.

Как видно из графика представленного на Рис. 6, ошибка для различных компонент тензора напряженности, растет при различных углах. Такая зависимость объясняется

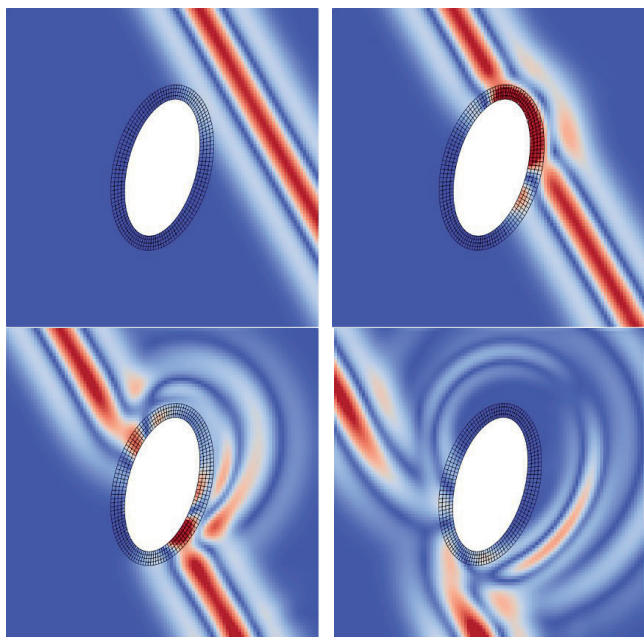


Рис. 5. Волновые картины напряженности среды содержащей полое отверстие эллиптической формы при прохождении плоской упругой волны.

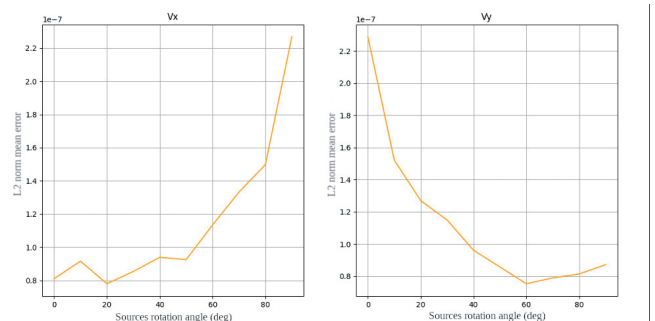


Рис. 6. График зависимости накопленной ошибки по норме L_2 от различных углов между фронтом падающей волны и осью основной сетки.

особенностями используемого численного метода при моделировании распространения упругих возмущений продольных осей основной вычислительной сетки. Проведенные расчеты показали высокую точность нашего метода при моделировании распространения упругих волн в среде в присутствии круглой неоднородности. Полученные данные демонстрируют, что наш метод можно применять для решения сложных задач, связанных с моделированием упругих волн в пористых средах.

5 ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен метод наложенных сеток в сочетании со сеточно-характеристическим методом для моделирования распространения упругих волн в неоднородной среде с различными неоднородностями, такими как трещины и поры. Помимо описания реализации предлагаемого метода подробно рассмотрены способы валидации применимости метода наложенных сеток. Продемонстрированы результаты валидации предложенного метода, при этом в результате тестовых расчетов оценена точность предлагаемого метода.

Обнаружено, что предложенный метод обеспечивает высокую точность при моделировании распространения упругих волн через упругую среду, имеющую такие неоднородности как трещины и поры. Важным выводом является то, что представленный метод может быть использован в различных областях, связанных с моделированием упругих волн в неоднородной среде, и его потенциал может быть раскрыт в будущих исследованиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Favorskaya AV, Zhdanov MS, Khokhlov NI, Petrov IB. Modelling the wave phenomena in acoustic and elastic media with sharp variations of physical properties using the grid-characteristic method. *Geophysical Prospecting*, 2018, 66(8):1485-1502.
2. Petrov IB, Khokhlov NI. Modeling 3D seismic problems using high-performance computing systems. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2014, 8:342-350.
3. Qi Y, Chen X, Zhao Q, Luo X, Feng C. Seismic wave modeling of fluid-saturated fractured porous rock: Including fluid pressure diffusion effects of discrete distributed large-scale fractures. *EGU Sphere*, 2023, 1-26 p. DOI:10.5194/egusphere-2022-1388.
4. Liu J, Wei XC, Ji YX, Chen TS, Liu CY, Zhang CT, Dai MG. An analysis of seismic scattering attenuation in a random elastic medium. *Applied Geophysics*, 2021, 8(4):344-354. DOI:10.1007/s11770-011-0296-y.
5. Biot MA. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. I. Low-frequency range. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 1956, 28(2):168-178.
6. Berryman JG. Origin of Gassmann's equations. *Geophysics*, 1999, 64(5):1627-1629. DOI: 10.1190/1.1444667.
7. Gassmann F. On elasticity of porous media. *Classics of Elastic Wave Theory*, 2007, pp. 389-408.
8. Li T, Wang Z, Yu N, Wang R, Wang Y. Numerical study of pore structure effects on acoustic logging data in the borehole environment. *Fractals*, 2020, 28(3):2050049-518. DOI: 10.1142/S0218348X20500498.
9. Cho Y, Gibson RL, Vasilyeva MV, Efendiev Y. Generalized multi-scale finite elements for simulation of elastic wave propagation in fractured media. *Geophysics*, 2017, 83(1):WA9-WA20. DOI: 10.1190/geo2017-0076.1.
10. Petrov IB, Khokhlov NI. Modeling 3D seismic problems using high-performance computing systems. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 2014, 6(4):342-350. DOI: 10.1134/S2070048214040061.
11. Khokhlov N, Favorskaya A, Stetsyuk V, Mitskovets I. Grid-characteristic method using Chimera meshes for simulation of elastic waves scattering on geological fractured zones. *Journal of Computational Physics*, 2021, 446(1):110637. DOI: 10.1016/j.jcp.2021.110637.
12. Khokhlov N, Stognii P. Novel Approach to Modeling the Seismic Waves in the Areas with Complex Fractured Geological Structures. *Minerals*, 2020, 10(2):122. DOI: 10.3390/min10020122.

13. Stognii P, Khokhlov N, Zhdanov M. Novel approach to modelling the elastic waves in a cluster of subvertical fractures. *81st EAGE Conference and Exhibition*, 2019, 1:1-5. DOI: 10.3997/2214-4609.201901014.
14. Khokhlov NI, Stetsyuk VO, Mitskovets IA. Overset grids approach for topography modeling in elastic-wave modeling using the grid-characteristic method. *Computer Research and Modeling*, 2019, 11(6):1049-1059.

Митьковец Иван Анатольевич
аспирант
Московский физико-технический институт
Догопрудный 141707, Московская обл., Россия
E-mail: mitkovets@phystech.edu