

DOI: 10.17725/rensit.2023.15.425

Отражение звука от упругой конечной цилиндрической оболочки различной относительной длины

¹Ильменков С.А., ²Переселков С.А., ³Грачев В.И., ²Ладыкин Н.В.

¹Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, <http://www.smtu.ru/>
Санкт-Петербург 190121, Российская Федерация

²Воронежский государственный университет, <http://www.vsu.ru/>
Воронеж 394006, Российская Федерация

³Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, <http://www.cplire.ru/>
Москва 125009, Российская Федерация

E-mail: sl_ilmenkov@mail.ru, pereselkov@yandex.ru, grachev@cplire.ru, ladykin.edu@yandex.ru

Поступила 28.11.2023, рецензирована 01.12.2023, принята 03.12.2023, опубликована 06.12.2023.

Аннотация. Представлен расчет частотных зависимостей звукового давления, рассеянного конечной упругой цилиндрической оболочкой, помещенной в жидкую среду. Оболочка имеет оконечности полусферической формы и рассматривается как полой, так и заполненной газом или жидкостью. Рассеянное звуковое давление в условиях гидроупругого контакта на поверхностях оболочки находится совместным использованием интеграла Кирхгофа и интегрального уравнения для вектора смещения упругой среды, подчиняющегося уравнению Ламе. Граничные условия относительно напряжений и смещений формулируются для каждой из поверхностей контакта оболочки с внешней и внутренней средами. Рассматриваемый подход базируется на численном преобразовании непрерывных интегральных уравнений в систему линейных алгебраических уравнений с использованием криволинейных изопараметрических граничных элементов. При этом геометрия элементов и основные переменные (смещения и напряжения) задаются с помощью одинаковых интерполирующих соотношений (функций формы). Вычислены и проанализированы частотные зависимости рассеянного звукового давления для различных отношений длины и диаметра оболочки.

Ключевые слова: конечная упругая цилиндрическая оболочка, интегральное уравнение Кирхгофа, вектор смещения, граничные элементы, рассеянное звуковое давление

УДК 534.26

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-61-10024, <https://rscf.ru/project/23-61-10024/>.

Для цитирования: Ильменков С.А., Переселков С.А., Грачев В.И., Ладыкин Н.В. Отражение звука от упругой конечной цилиндрической оболочки различной относительной длины. *РЭНСИТ: Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии*, 2023, 15(4):425-432. DOI: 10.17725/rensit.2023.15.425.

Sound reflection from an elastic finite cylindrical shell of different relative lengths

Sergey L. Ilmenkov

St. Petersburg State Marine Technical University, <http://www.smtu.ru/>
St. Petersburg 190121, Russian Federation

E-mail: sl_ilmenkov@mail.ru

Sergey A. Pereselkov, Nikolay V. Ladykin

Voronezh State University, <http://www.vsu.ru/>
Voronezh 394006, Russian Federation

E-mail: pereselkov@yandex.ru, ladykin.edu@yandex.ru

Vladimir I. Grachev

Kotel'nikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, <http://www.cplire.ru/>

Moscow 125009, Russian Federation

E-mail: grachev@cplire.ru

Received November 28, 2023, peer-reviewed December 01, 2023, accepted December 03, 2023, published December 06, 2023.

Abstract: A calculation of the sound pressure frequency dependences scattered by a finite elastic cylindrical shell placed in a liquid medium is presented. The shell has hemispherical ends and is considered either hollow or filled with gas or liquid. The scattered sound pressure under conditions of hydroelastic contact on the shell surfaces is found by jointly using the Kirchhoff integral and the integral equation for the elastic medium displacement vector, obeying the Lamé equation. Boundary conditions regarding stresses and displacements are formulated for each of the shell contact surfaces with the external and internal environments. Considering approach is based on the numerical transformation of continuous integral equations into a system of linear algebraic equations using curvilinear isoparametric boundary elements. In this case, the elements geometry and the main variables (displacements and stresses) are specified using the same interpolating relations (shape functions). The scattered sound pressure frequency dependences are calculated and analyzed for various ratios of the length and shell diameter.

Keywords: finite elastic cylindrical shell, Kirchhoff integral equation, displacement vector, boundary elements, scattered sound pressure

UDC 534.26

Acknowledgments: The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 23-61-10024, <https://rscf.ru/project/23-61-10024/>.

For citation: Sergey L. Ilmenkov, Sergey A. Pereselkov, Vladimir I. Grachev, Nikolay V. Ladykin. Sound reflection sound from an elastic finite cylindrical shell of different relative lengths. *RENSIT: Radioelectronics. Nanosystems. Information Technologies*, 2023, 15(4):425-432e. DOI: 10.17725/rensit.2023.15.425.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ (426)
 2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ (427)
 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА
ХАРАКТЕРИСТИК ОТРАЖЕНИЯ ЗВУКА (429)
 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ (431)
- ЛИТЕРАТУРА (432)

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что дальность обнаружения целей современными системами гидролокации существенно зависит от потерь энергии зондирующих и отраженных сигналов. Возрастание таких потерь с частотой диктует необходимость снижения частоты локационного сигнала. Кроме того, дискретные составляющие сигнала в низкочастотном диапазоне менее чувствительны к флуктуациям параметров морской среды и являются весьма информативными при выделении индивидуальных признаков объектов. В

контексте принципов механики деформируемого твердого тела получить решения граничных задач для объектов неаналитической формы возможно с помощью численных методов: конечных разностей, T-матриц, конечных и граничных элементов. Алгоритмы, базирующиеся на данных методах, положены в основу распространенных программных пакетов решения граничных задач (ANSYS, NASTRAN, COSMOS/M, COMSOL Multiphysics [1-5] и др.). При всех несомненных достоинствах таких пакетов значительные преимущества на практике может иметь специально разработанное индивидуальное программное обеспечение, обладающее: компактностью, быстродействием, уникальностью, взаимодействием с аналитическими и приближенными подходами, доступностью, отсутствием дорогостоящей лицензии и т.д. Решение, представленное в данной статье, опирается на использование граничного

интегрального уравнения относительно неизвестных поверхностных перемещений и напряжений, интерполируемых одинаковыми полиномиальными функциями через их значения в узловых точках криволинейных изопараметрических граничных элементов. Реализация расчетного алгоритма выполнена с помощью специально разработанного автором программного обеспечения.

2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассеянное упругим телом звуковое давление p_s может быть найдено с использованием интеграла Кирхгофа и функции Грина для свободного пространства, представляющей собой поле точечного источника, помещенного в точку дальнего поля [6-9]:

$$p(\mathbf{r}_1) = \frac{1}{4\pi} \int_S [p(\mathbf{r}_0) \frac{\partial}{\partial n} G(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0) - \frac{\partial}{\partial n} p(\mathbf{r}_0) G(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0)] dS, \quad (1)$$

где $p(\mathbf{r}_1)$ – звуковое давление в дальнем поле объекта (зоне Фраунгофера); \mathbf{r}_1 – радиус-вектор точки дальнего поля; S – замкнутая поверхность, окружающая объект с непрерывной внешней нормалью \mathbf{n} ; $p(\mathbf{r}_0)$ и $\partial p(\mathbf{r}_0)/\partial n$ – амплитудно-фазовые распределения звукового давления и его градиента на поверхности S ; \mathbf{r}_0 – радиус-вектор точки на поверхности S ; $G(\mathbf{r}_1; \mathbf{r}_0)$ – функция Грина, удовлетворяющая неоднородному уравнению Гельмгольца.

Переход от идеальных граничных условий на поверхности рассеивателя к условиям гидроупругого контакта добавляет к (1) интегральное уравнение для вектора смещения \mathbf{u} и граничные условия контакта идеальной сжимаемой жидкости с упругой средой [10-12]:

$$\mathbf{u} = \iint_S \{ \mathbf{t}(\mathbf{r}_0) G_t(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0) - \mathbf{u}(\mathbf{r}_0) [\mathbf{n} \sum(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0)] \} dS, \quad (2)$$

где $\mathbf{t}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{nT}(\mathbf{r}_0)$ – вектор напряжения; \mathbf{n} – единичный вектор внешней нормали к S ; $\mathbf{T}(\mathbf{r}_0)$ – тензор напряжений изотропного материала; $G_t(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0)$ – тензор перемещений Грина; $\sum(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0)$ – тензор напряжений Грина.

В уравнении (2) неизвестны векторы напряжения $\mathbf{t}(\mathbf{r}_0)$ и смещения $\mathbf{u}(\mathbf{r}_0)$ на поверхности тела S , а в уравнении (1) в данном случае неизвестны $p(\mathbf{r}_0)$ и $\partial p(\mathbf{r}_0)/\partial n$ на этой же поверхности. Вектор смещения упругой среды \mathbf{u} при гармонической зависимости от времени подчиняется уравнению Ламе и может быть

представлен, как известно, в виде комбинации скалярного и векторного потенциалов [12].

На поверхностях оболочки должны выполняться следующие граничные условия, опирающиеся на полную систему уравнений линейной теории упругости, определяющей состояние динамического равновесия упругого тела [11,12]:

1) нормальная компонента вектора смещения u_n непрерывна и связана с нормальной производной дифрагированного давления $p_\Sigma = p_i + p_s$ (p_i – звуковое давление в падающей волне):

$$u_n = (1/\rho_0 \omega^2) (\partial p_\Sigma / \partial n)|_s, \quad (3)$$

где ρ_0 – плотность жидкой среды, кг/м³; $\omega = 2\pi f$, f – частота звукового сигнала, Гц;

2) нормальное напряжение σ_n :

– на внешней поверхности оболочки равно акустическому давлению в жидкости

$$\sigma_n|_s = p_\Sigma, \quad (4)$$

– на внутренней поверхности оболочки оно либо отсутствует (полая оболочка), либо равно звуковому давлению газообразного или жидкого заполнителя; касательные напряжения отсутствуют:

$$\tau_i|_s = 0. \quad (5)$$

Используя (3)-(5), одну группу неизвестных на S можно исключить из уравнений (1) и (2), а две оставшиеся неизвестные найти из совместного решения этих уравнений [12,13].

Рассматриваемый подход базируется на численном преобразовании непрерывных интегральных уравнений (1) и (2) в систему линейных алгебраических уравнений с использованием квадратичных изопараметрических элементов. Использование криволинейных граничных элементов обеспечивает более детальную дискретизацию граничной поверхности и повышает точность результата при сокращении времени вычислений. При построении сетки граничных элементов шаг дискретизации Δ поверхности S в направлении любой из координат не должен превышать $(0.25 \div 0.5) \cdot \lambda_0$ (λ_0 – длина звуковой волны в жидкости). Вблизи кромок и углов поверхности в расчетном алгоритме предусматриваются сгущения узловых точек

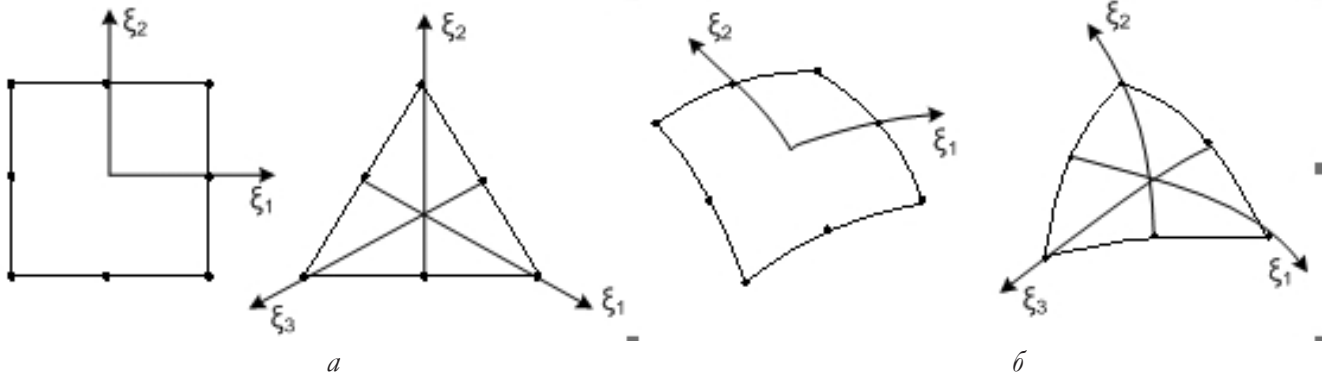


Рис. 1. Исходные плоские (а) и соответствующие им криволинейные изопараметрические (б) граничные элементы.

с уменьшением шага дискретизации вплоть до значений $\Delta \sim (0.025 \div 0.05) \cdot \lambda_0$. При такой дискретизации трехмерная граница области S разбивается на треугольные и четырехугольные элементы (Рис. 1), в узлах которых задаются некоторые коэффициенты, а непрерывная подынтегральная функция приближённо представляется в виде ряда по базисным (интерполирующим) функциям формы, умноженным на эти коэффициенты. Узловые координаты любой точки исходных элементов x_{i_a} преобразуются в соответствующие им криволинейные координаты x_i ($i = 1, 2, 3$), а геометрия элемента $x_i(\xi)$, смещения $u_i(\xi)$ и напряжения $t_i(\xi)$ задаются с помощью одинаковых функций формы [12,13].

Использование таких соотношений позволяет на основе (2) получить матричное уравнение:

$$[H]\{u\} = [\tilde{G}]\{t\}, \quad (6)$$

где H и \tilde{G} – матрицы коэффициентов, полученных в результате численного интегрирования.

Интеграл (1) примет вид [11-13]:

$$p_s(P) = \frac{1}{4\pi} \int_S [p_\Sigma(Q) \frac{\partial}{\partial n} (e^{ikr}/r) - (e^{ikr}/r) \rho_0 \omega^2 (\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})] dS + (7)$$

$$+ 4\pi p_1(P),$$

где $p_\Sigma(Q)$ – дифрагированное звуковое давление в точке Q поверхности S .

Выполнив численное интегрирование (7) и выразив через давление часть неизвестных напряжений в (6) в соответствии с граничным условием (4), получим:

$$[T]\{u\} = [D]\{p_\Sigma\} + 4\pi \{p_\Sigma\}, \quad (8)$$

$$[H]\{u\} = [G]\{t\} + F\{p_\Sigma\}, \quad (9)$$

где T, D, G и F – матрицы коэффициентов.

Далее из уравнений (6) и (8) находятся распределения $p_\Sigma(Q)$ и $(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n})$ на поверхности S , а затем на основании (7) по квадратурным формулам определяется $p_\Sigma(P)$ в жидкой среде.

Рассмотрим практическую реализацию данного подхода применительно к изотропной круговой цилиндрической оболочке длиной L и толщиной h , ограниченной по торцам полусферами радиуса a при различных значениях относительной длины L/a (Рис. 2):

Будем полагать оболочку тонкой ($b/a \leq 0.05$). Как известно, для таких оболочек можно, опираясь на гипотезу Кирхгофа-Лява, перейти от трехмерных соотношений теории упругости к двумерным. В этом случае исключение тангенциальных и перерезывающих сил позволяет при описании малых изгибных колебаний оболочки использовать систему двух дифференциальных уравнений и определять проекции всех сил и напряжений на направление нормали к срединной поверхности оболочки (волновой вектор \mathbf{k} перпендикулярен оси z цилиндра).

Введем системы координат, связанные с каждой из частей поверхности S , для которых при $\theta_0 = 90^\circ$ все основные физические переменные

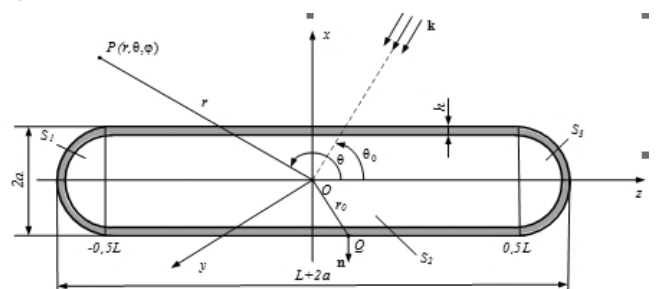


Рис. 2. Упругая конечная цилиндрическая оболочка с полусферами по торцам; S_2 – площадь боковой поверхности цилиндра, S_1 и S_3 – площади поверхностей полусфер.

являются функциями только двух координат, поэтому вектор смещения также будет иметь две компоненты. Для цилиндрической части поверхности S_2 они будут иметь вид [9,14]:

$$u_r = -\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\Psi}{\partial\varphi}; u_\varphi = -\frac{1}{r} \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} - \frac{\partial\Psi}{\partial r}. \quad (10)$$

Используя представления компонент деформации $\varepsilon_r, \varepsilon_\varphi$ через компоненты вектора смещения, а также обобщенный закон Гука для изотропной среды, можно выразить упругие напряжения на поверхности S_2 через скалярный Φ и векторный Ψ потенциалы [12,15]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \lambda\vartheta + 2\mu\varepsilon_r = \lambda k_1^2\Phi + \left(-\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial\Psi}{\partial\varphi} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2\Psi}{\partial r\partial\varphi} \right), \\ \tau_{r\varphi} &= 2\mu\gamma_{r\varphi} = \mu \left(-\frac{2}{r} \frac{\partial^2\Phi}{\partial r\partial\varphi} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} - k_2^2\Psi - 2\frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

где r, φ – цилиндрические координаты точки Q ; $\vartheta = \varepsilon_r + \varepsilon_\varphi = \text{div}\mathbf{u}$; k_1 и k_2 – волновые числа продольной и поперечной волн в упругом материале оболочки.

Аналогичные соотношения для полусферических частей оболочки S_1 и S_3 будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} u_r &= -\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{1}{r} \text{ctg}\theta\Psi + \frac{1}{r} \frac{\partial\Psi}{\partial\theta}; \\ \sigma_r &= \lambda\vartheta + 2\mu\varepsilon_r = \lambda k_1^2\Phi + \\ &+ 2\mu \left(-\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \text{ctg}\theta \frac{\partial\Psi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \text{ctg}\theta\Psi + \frac{1}{r} \frac{\partial^2\Psi}{\partial r\partial\theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial\Psi}{\partial\theta} \right); \\ \tau_{r\theta} &= 2\mu\gamma_{r\theta} = \\ &= \mu \left(\frac{1}{r^2} \text{ctg}\theta \frac{\partial\Psi}{\partial\theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2\Psi}{\partial\theta^2} - \frac{\partial^2\Psi}{\partial r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial\Phi}{\partial\theta} - \frac{1}{r^2 \sin^2\theta} \Psi \right); \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$\lg|p_\Sigma(P)|, \text{дБ}$

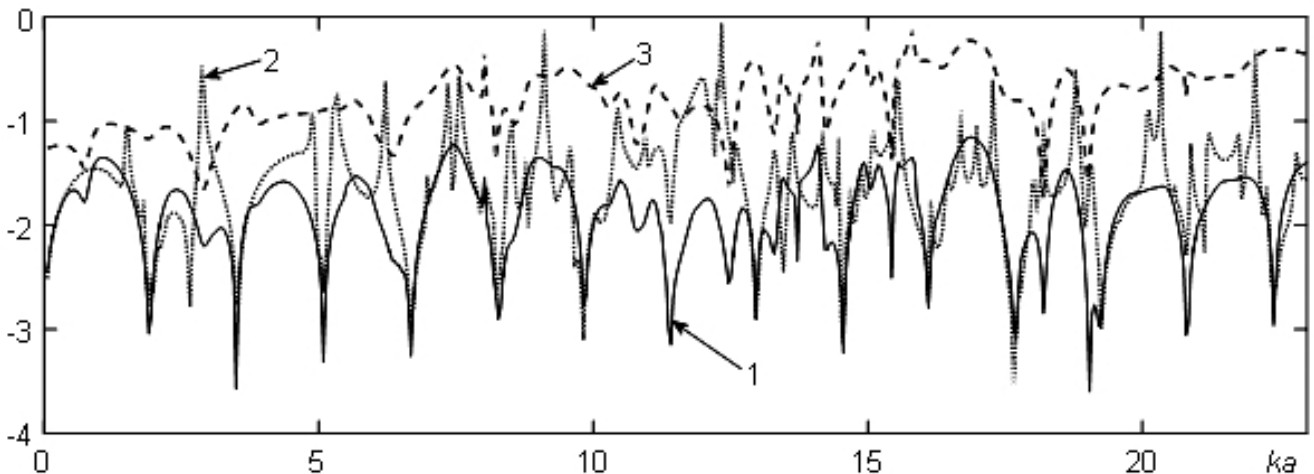


Рис. 3. Уровни модулей частотных зависимостей звукового сигнала, отраженного оболочкой, заполненной: воздухом (1), водой (2) и вакуумом (3) при $\theta_0 = 90^\circ$; $L/a = 20$; $b/a = 0.01$.

где r, θ – сферические координаты точки Q ; $\vartheta = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta = \text{div}\mathbf{u}$.

Подставляя соотношения для компонент вектора смещения и упругих напряжений в граничные условия (3)-(5), получаем для каждой точки Q поверхности S системы алгебраических уравнений для нахождения неизвестных коэффициентов в разложениях упругих потенциалов, а затем находим распределения $p_\Sigma(Q)$ и u_r в узлах граничных элементов (точках Q) на поверхности S .

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ХАРАКТЕРИСТИК ОТРАЖЕНИЯ ЗВУКА

Рассмотрим основные результаты расчетов частотных характеристик отражения звука стальной оболочкой рассматриваемой формы в диапазоне волновых радиусов $ka = 0.95 \div 25.0$. На Рис. 3 представлены частотные зависимости уровней модулей $p_\Sigma(P)$ при траверсной локации ($\theta_0 = 90^\circ$) для оболочки, заполненной воздухом (кривая 1), водой (кривая 2) и вакуумом (кривая 3). Геометрические параметры оболочки составляют: $L/a = 20$; $b/a = 0.01$.

Как видно из рисунка, уровни модулей $p_\Sigma(P)$ для поллой оболочки превосходят соответствующие значения для заполненной воздухом оболочки в среднем по диапазону на 1...1.5 дБ ($\approx 20\% \dots 50\%$). Для заполненной водой оболочки присоединенная масса может приводить к взаимодействию форм колебаний и, соответственно, к увеличению

$\lg|p_{\Sigma}(P)|, \text{дБ}$

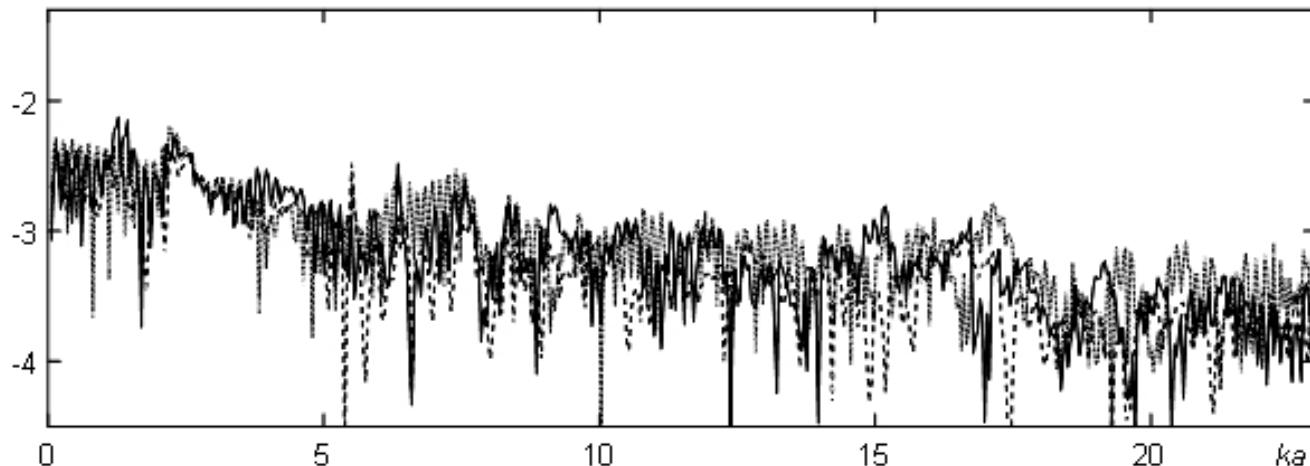


Рис. 4. Уровни модулей частотных зависимостей звукового сигнала, отраженного оболочкой, заполненной воздухом, при $L/a = 20$; $-\theta_0 = 0^\circ$; $-\theta_0 = 30^\circ$; $-\theta_0 = 60^\circ$.

вероятности возникновения резонансных явлений. Последние могут определяться также распространением волн типа Шолте-Стоунли в жидкости и упругих волн типа Лэмба в материале оболочки [11,12,14], что наблюдается, в основном, при $ka > 3$. Значения резонансных частот при этом определяются целым числом длин этих полуволн, укладывающихся по замкнутому контуру оболочки. При наличии жидкого заполнителя вероятность фазовых согласований для таких полуволн в точке возбуждения возрастает. Кроме того, в этом случае по сравнению с воздушнонаполненной оболочкой на ряде резонансных частот ($ka \approx 5-10, 17-22$ и т.д.) наблюдается тенденция к удвоению частотного спектра отраженного сигнала.

Ниже по частоте ($ka \leq 3$) могут иметь место пространственные резонансы совпадения.

На **Рис. 4-7** приводятся частотные зависимости $\lg|p_{\Sigma}(P)|, \text{дБ}$ для углов локации $\theta_0 = 0^\circ; 30^\circ; 60^\circ$ оболочки, заполненной воздухом, при $h/a = 0.01$ и относительных удлинениях $L/a = 20; 10; 5$ и 2 .

Приведенные результаты показывают, что при нетраверзных углах локации уровни отраженного сигнала в целом на $1...2$ дБ ниже, чем при $\theta_0 = 90^\circ$. При уменьшении L/a в два раза соответственно в $2...3$ раза уменьшается частота следования упругих резонансов, вызванных огибанием контура оболочки волнами типа Шолте-Стоунли и Лэмба. При $L/a < 10$ возрастает (до $\approx 30\%...50\%$) роль пространственных резонансов совпадения,

$\lg|p_{\Sigma}(P)|, \text{дБ}$

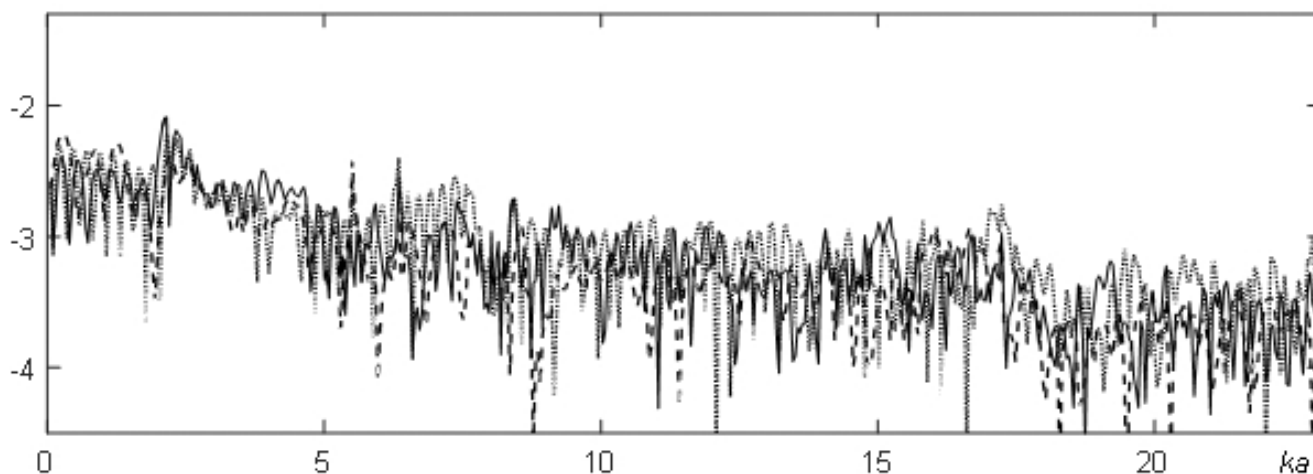


Рис. 5. Уровни модулей частотных зависимостей звукового сигнала, отраженного оболочкой, заполненной воздухом, при $L/a = 10$; $-\theta_0 = 0^\circ$; $-\theta_0 = 30^\circ$; $-\theta_0 = 60^\circ$.

$\lg |p_{\Sigma}(P)|, \text{дБ}$

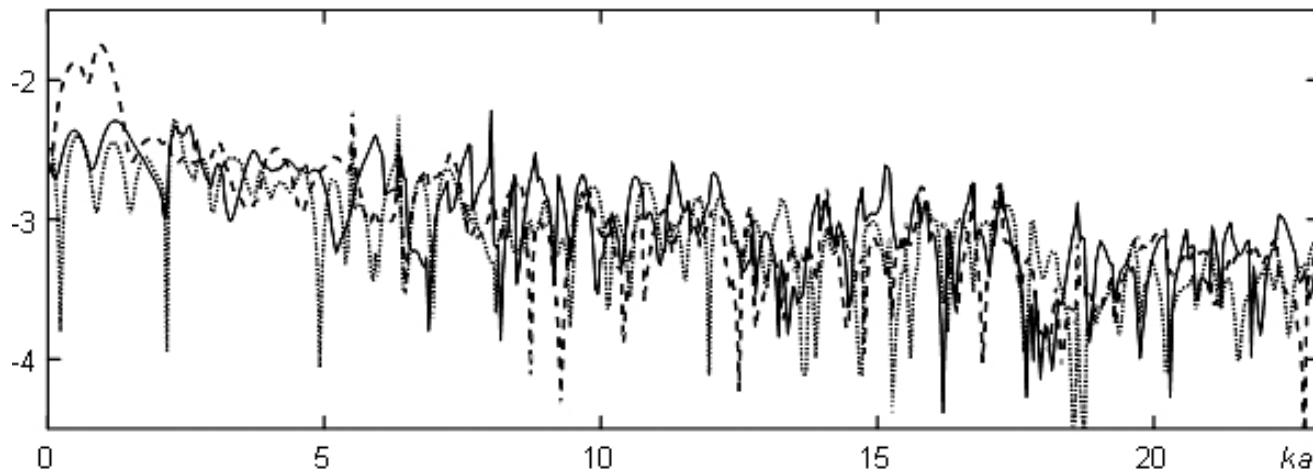


Рис. 6. Уровни модулей частотных зависимостей звукового сигнала, отраженного оболочкой, заполненной воздухом, при $L/a = 5$; $-\theta_0 = 0^\circ$; $-\theta_0 = 30^\circ$; $-\theta_0 = 60^\circ$.

проявляющихся преимущественно в диапазоне $ka < 2$ и углах локации $\theta_0 = 30^\circ, 60^\circ$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование численного преобразования непрерывных интегральных уравнений в систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных перемещений и напряжений, определяемых их значениями в узловых точках криволинейных граничных элементов, позволило рассчитать уровни звукового давления, рассеянного конечной упругой цилиндрической оболочкой. Последняя имеет оконечности полусферической формы, помещена в жидкую среду и рассматривается как полой, так и

заполненной газом или жидкостью. Рассеянное звуковое давление на поверхностях оболочки находится совместным использованием интеграла Кирхгофа и интегрального уравнения для вектора смещения упругой среды, подчиняющегося уравнению Ламе. Вычислены и проанализированы частотные зависимости уровней модулей отраженного оболочкой стационарного звукового сигнала при различных: углах локации, относительных удлинениях и вариантах заполнения ее внутреннего объема. Реализация расчетного алгоритма выполнена с помощью специально разработанного автором программного обеспечения.

$\lg |p_{\Sigma}(P)|, \text{дБ}$

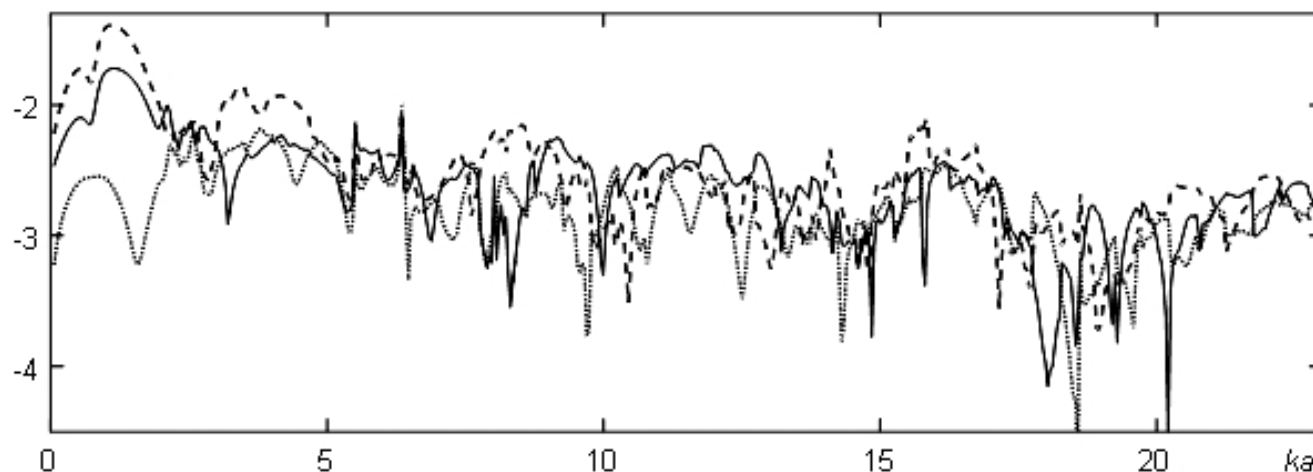


Рис. 7. Уровни модулей частотных зависимостей звукового сигнала, отраженного оболочкой, заполненной воздухом, при $L/a = 2$; $-\theta_0 = 0^\circ$; $-\theta_0 = 30^\circ$; $-\theta_0 = 60^\circ$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудин МВ. *Решение задач акустики в программном комплексе ANSYS: электронное методическое пособие*. Нижний Новгород, Нижегородский госуниверситет, 2011, 27 с.
2. A.SYS 11.0. Documentation. Theory Reference for ANSYS and ANSYS Workbench. Acoustics// ANSYS, Inc. Southpointe Technology Drive Canonsburg, 2004, 1067 p.
3. Шагров БВ, Бухаров СА, Мартыненко ЮР, и др. *Система конечно-элементного анализа общего назначения MSC Nastran: методическое пособие*. Москва, MSC Software Corporation, 2020, 50 с.
4. Шимкович ДГ. *Расчет конструкций в MSC Nastran: методическое пособие*. Москва, ДМК Пресс, 2003, 448 с.
5. Красников ГЕ, Нагорнов ОВ, Старостин НВ. *Моделирование физических процессов с использованием пакета Comsol Multiphysics: методическое пособие*. Москва, Изд-во МИФИ, 2012, 184 с.
6. Ильменков СЛ. О применении метода функций Грина для расчёта звуковых полей. *Труды IV-й Дальневосточной акустической конференции*, с. 73-75. Владивосток, изд-во Дальневосточного политехнического института, 1986.
7. Ильменков СЛ. О точности метода функций Грина для расчета звуковых полей излучателей сложной формы. *Тезисы докладов Всесоюзного совещания-семинара "Глубоководные системы и комплексы"*. Часть 1, с.75. Черкассы, 1986.
8. Ильменков СЛ. Метод функций Грина в задаче дифракции звука на телах неаналитической формы. *Морские интеллектуальные технологии*, 2014, 2:32-36.
9. Пендеров ЕЛ. *Излучение и рассеяние звука*. Ленинград, Судостроение, 1989, 301 с.
10. Бреббия К, Уокер С. *Применение метода граничных элементов в технике*. Москва, Мир, 1981, 248 с.
11. Ильменков СЛ. Решение задачи дифракции звука на упругом теле неаналитической формы с помощью метода граничных элементов. *Морские интеллектуальные технологии*, 2015, 1, 1(27):30-36.
12. Клепцов АА. *Гидроакустические рассеиватели*. Санкт-Петербург, Судостроение, 1991, 248 с.
13. Seybert AF, Wu TW, Wu XF. Radiation and Scattering of acoustic waves from elastic solids and shells using the boundary element method. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1988, 84(I.5)1906-1911.
14. Клепцов АА, Клюкин ИИ. *Основы гидроакустики*. Ленинград, Судостроение, 1987, 224 с.
15. Ильменков СЛ. *Развитие методов решения граничных задач гидроакустики*. Санкт-Петербург, СПбГМТУ, 2020, 190 с.

Ильменков Сергей Львович

д.т.н.

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

3, ул. Лопманская, Санкт-Петербург 190121, Россия

E-mail: ilms@rambler.ru

Переселков Сергей Алексеевич

д.ф.-м.н.

Воронежский государственный университет

1, Университетская пл., Воронеж 394018, Россия

E-mail: pereselkov@yandex.ru

Грачев Владимир Иванович

к.ф.-м.н., с.н.с.

ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН

11/7, ул. Моховая, Москва 125009, Россия

E-mail: grachev@cplire.ru

Ладыкин Николай Владимирович

аспирант

Воронежский государственный университет

1, Университетская пл., Воронеж 394018, Россия

E-mail: ladykin.edu@yandex.ru