

DOI: 10.17725/rensit.2023.15.441

Помехоустойчивость многопользовательских систем ММО при неидеальной оценке канала и других искажениях

Шинкевич А., Покаместов Д.А., Крюков Я.В., Рогожников Е.В., Шалин Г.Н., Бровкин А.А.

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, <https://tusur.ru/>
Томск 634050, Российская Федерация

E-mail: a.shinkevich00@gmail.com, dmaltomsk@mail.ru, kryukov.tusur@gmail.com, udzbon@mail.ru, shalingn1120@gmail.com, soldierbrovkin@gmail.com

Поступила 09.08.2023, рецензирована 16.08.2023, принята 23.08.2023, опубликована 06.12.2023.

Представлена действительным членом РАЕН А.С. Дмитриевым

Аннотация: Рассматривается производительность разных алгоритмов диаграмообразования в неидеальных условиях. Приведено описание многоантенных систем связи (ММО), алгоритмов диаграмообразования и искажающих воздействий. Описана разработанная имитационная модель канала связи с многопользовательской МУ-ММО, учитывающая разнообразные искажающие факторы. Результаты имитационного моделирования демонстрируют зависимости вероятности битовых ошибок для разных сценариев моделирования.

Ключевые слова: ММО, МУ-ММО, цифровое прекодирование, гибридное формирование луча, несовершенная CSI, потеря канала, пространственная корреляция

УДК 621.396.4

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-79-10148, <https://rscf.ru/project/22-79-10148/>

Для цитирования: Шинкевич А., Покаместов Д.А., Крюков Я.В., Рогожников Е.В., Шалин Г.Н., Бровкин А.А. Помехоустойчивость многопользовательских систем ММО при неидеальной оценке канала и других искажениях. РЭНСИТ: Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии, 2023, 15(4):441-452. DOI: 10.17725/rensit.2023.15.441.

Evaluation of noise immunity of multi-user mimo systems with imperfect channel estimation and other distortions

Artem Shinkevich, Dmitry A. Pokamestov, Yakov V. Kryukov, Evgeny V. Rogozhnikov, Georgy N. Shalin, Andrey A. Brovkin

Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, <https://tusur.ru/>
Tomsk 634050, Russian Federation

E-mail: a.shinkevich00@gmail.com, dmaltomsk@mail.ru, kryukov.tusur@gmail.com, udzbon@mail.ru, shalingn1120@gmail.com, soldierbrovkin@gmail.com

Received August 09, 2023, peer-reviewed August 16, 2023, accepted August 23, 2023, published December 06, 2023.

Abstract: The technology of multi-antenna MIMO (Multiple Input Multiple Output) systems is actively used in modern wireless communication systems. MIMO can enhance the performance of wireless data transmission systems, but their effectiveness depends on the transmission conditions. Ideal conditions are represented as a channel with a large number of possible signal propagation paths and an error-free estimation of its parameters. The estimation error significantly affects the performance of the beamforming algorithms used to mitigate inter-user interference in multi-user MIMO (MU-MIMO) systems. Spatial correlation of the channel results in a decrease in the number of independent information transmission streams. These factors can significantly reduce the performance of multi-

antenna systems. For this reason, operating MIMO communication systems under non-ideal conditions is a topical issue. The paper examines the performance of various beamforming algorithms in such conditions. It describes the communication systems with MIMO, beamforming algorithms, and distorting effects. The paper includes a developed simulation model of the communication channel with MU-MIMO accounting for a variety of distorting factors. The results demonstrate the bit-error probability dependences for different simulation scenarios.

Keywords: MIMO, MU-MIMO, digital precoding, hybrid beamforming, imperfect CSI, Los channel, spatial correlation

UDC 621.396.4

Acknowledgments: The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 22-79-10148, <https://rscf.ru/project/22-79-10148/>

For citation: Artem Shinkevich, Dmitry A. Pokamestov, Yakov V. Kryukov, Evgeny V. Rogozhnikov, Georgy N. Shalin, Andrey A. Brovkin. Evaluation of noise immunity of multi-user mimo systems with imperfect channel estimation and other distortions. *RENSIT: Radioelectronics. Nanosystems. Information Technologies*, 2023, 15(4):441-452e. DOI: 10.17725/rensit.2023.15.441.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ (442)
2. ДИАГРАММООБРАЗОВАНИЕ В MU-MIMO (443)
 - 2.1. BLOCK DIAGONALIZATION (444)
 - 2.2. DIRTY-PAPER CODING (445)
 - 2.3. TOMLINSON-HARASHIMA (446)
 - 2.4. CHANNEL INVERSION (446)
 - 2.5. Hybrid Beamforming (447)
3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ (448)
4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ (451)

ЛИТЕРАТУРА (451)

1. ВВЕДЕНИЕ

Беспроводные системы связи нашли широкое применение в настоящее время. С увеличением объема передаваемых данных и развитием новых приложений, возрастают требования к современным системам связи: спектральная и энергетическая эффективность, скорость передачи данных, помехоустойчивость, минимизация задержек, возможность подключения большого количества абонентов и др.

Одной из ключевых технологий для повышения спектральной эффективности, а соответственно скорости и помехоустойчивости передачи являются многоантенные системы MIMO (Multiple Input-Multiple Output). В отличие от

традиционных одноантенных систем SISO (Single Input-Single Output) в MIMO используются несколько антенн на передающей и приемной стороне. В идеальном для систем с MIMO случае число независимых потоков кратно числу антенн. Это достигается в некоррелированном многолучевом канале без прямой видимости, в котором приемник синхронен передатчику и идеально оценивает амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) канала. Но в реальных системах ввиду близкого расположения антенных элементов присутствует пространственная корреляция сигналов, а шумы не позволяют провести точную оценку АЧХ канала. В отдельных сценариях свойственно наличие прямой видимости, которая также приводит к корреляции сигналов. Эти факторы существенно влияют на производительность MIMO, ухудшая эффективность разделения каналов и их помехоустойчивость.

MIMO подразделяются на два типа: однопользовательские SU-MIMO (Single User MIMO) и многопользовательские MU-MIMO (Multi User-MIMO). В многопользовательских системах базовая станция с несколькими антеннами может одновременно передавать сигнал на

несколько абонентских станций с одной и более антеннами (широковещательный канал) [1]. Также возможен вариант, когда множество абонентов с одной или более антеннами передает сигнал на одну базовую станцию с несколькими антеннами (канал множественного доступа) [1].

Сигналы, предназначенные другим абонентам, будут причиной межпользовательской помехи, с которой необходимо бороться. Для борьбы с этим явлением применяются разные виды диаграммообразования. Системы MU-MIMO позволяют проводить эту процедуру в цифровом, аналоговом или гибридном (цифровом и аналоговом) виде.

Аналоговое диаграммообразование берет свое начало в середине 20-го века, и напрямую связано с фазированными антенными решетками (ФАР). В современных системах с аналоговым диаграммообразованием сигналы с радиочастотной (РЧ) цепи подаются сначала на фазовращатели, а уже потом на антенные элементы, что позволяет менять диаграмму направленности антенны [2] в режиме реального времени.

В случае цифрового диаграммообразования сигнал с выхода модулятора поступает на цифровой предварительный кодер (прекодер), где сигнал умножается на рассчитанные коэффициенты, вследствие этого у сигнала меняется как амплитуда, так и фаза. Существуют разные алгоритмы прекодирования, например, Block Diagonalization (BD) [3], Channel Inversion (ChI) [4], Dirty-Paper Coding (DPC) [5], Tomlinson-Harashima (TH) [6] и другие [7-8].

Гибридное диаграммообразование комбинирует аналоговое формирование луча и цифровое прекодирование. Обработка сигнала в данном случае ведется во временной и частотной

области. В настоящее время гибридное диаграммообразование является основной технологией для систем massive MIMO (*m*MIMO), а также систем связи, диапазоне *mm*Wave [9].

Несмотря на то, что алгоритмы, используемые в MU-MIMO известны давно, оценка и сравнение различных методов диаграммообразования слабо отражены в литературе. В этой статье мы рассматриваем влияние различных искажающих факторов (ошибка оценки АЧХ, пространственная корреляция, райсовский К-фактор) на помехоустойчивость сигналов при использовании разных методов диаграммообразования. Получены зависимости вероятностей битовых ошибок BER (Bit Error Rate) от отношения энергии, приходящейся на один бит информации к спектральной плотности мощности шума. Сделаны выводы об эффективности и целесообразности применения рассмотренных методов.

2. ДИАГРАММООБРАЗОВАНИЕ В MU-MIMO

На Рис. 1 представлены структурные схемы систем с разными вариантами диаграммообразования. Для цифрового и гибридного адаптивного диаграммообразования на передающей стороне необходима информация о состоянии канала (Channel State Information, CSI), которая передается по каналу обратной связи. В реальных системах ввиду

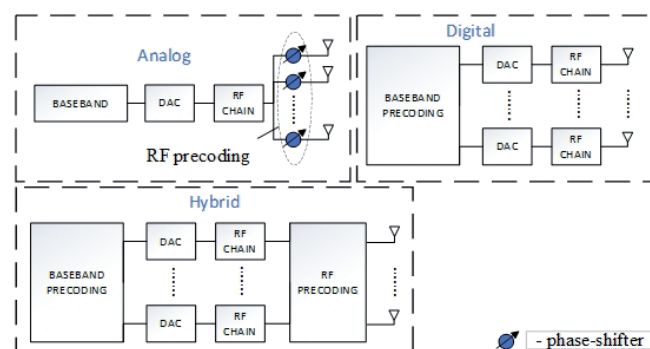


Рис. 1. Виды диаграммообразования.

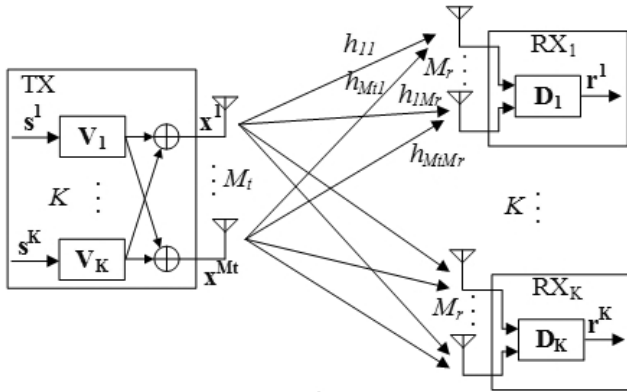


Рис. 2. Структурная схема системы MU-MIMO с прекодированием.

наличия шумов не всегда возможна точная оценка параметров канала. Дискретность CSI также влияют на производительность систем MIMO, таким образом, при рассмотрении эффективности алгоритмов диаграммообразования необходимо учитывать неидеальность оценки.

Для постановки проблемы рассмотрим математическую модель системы MU-MIMO с цифровым диаграммообразованием (прекодированием), на Рис. 2 представлена ее структурная схема.

Пусть s^1, \dots, s^K – символы модуляции K абонентов; $\mathbf{s} = [(s^1)^T, \dots, (s^K)^T]^T$, – операция транспонирования; $\mathbf{V}_1, \dots, \mathbf{V}_K$ – матрицы прекодирования; $\mathbf{V} = [\mathbf{V}_1, \dots, \mathbf{V}_K]$, \mathbf{x}^k – векторы символов, передаваемые через M_t антенн;

$$\mathbf{X} = [(\mathbf{x}^1)^T, \dots, (\mathbf{x}^K)^T]^T,$$

$$\mathbf{X} = \mathbf{V}\mathbf{S} = \sum_{k=1}^K \mathbf{x}^k = \sum_{k=1}^K \mathbf{V}_k \mathbf{s}^k.$$

Пусть \mathbf{y}^k – вектор отсчетов сигнала на входе k -го приемника, \mathbf{n}^k – вектор отсчетов реализаций шума на входе k -го приемника, \mathbf{H}_k – матрица канальных коэффициентов для k -го приемника, $\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1^T, \dots, \mathbf{H}_K^T]^T$.

$$\mathbf{y}^k = \mathbf{H}_k \mathbf{X} + \mathbf{n}^k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}^k + \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{H}_k \mathbf{x}^i + \mathbf{n}^k =$$

$$= \mathbf{H}_k \mathbf{V}_k \mathbf{s}^k + \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{H}_k \mathbf{V}_i \mathbf{s}^i + \mathbf{n}^k,$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{N},$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}^1 \\ \vdots \\ \mathbf{n}^K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_1 \\ \vdots \\ n_{KM_r} \end{bmatrix}.$$

В каждом из K приемников выполняется постобработка сигнала с использованием матриц \mathbf{D}_k , восстановленный сигнал для k -го пользователя \mathbf{r}^k описывается следующими выражениями:

$$\mathbf{r}^k = \mathbf{D}_k \mathbf{y}^k,$$

$$\mathbf{r}^k = \mathbf{D}_k (\mathbf{H}_k \mathbf{V}_k \mathbf{s}^k + \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{H}_k \mathbf{V}_i \mathbf{s}^i + \mathbf{n}^k).$$

Таким образом: $\mathbf{D}_k \mathbf{H}_k \mathbf{V}_k \mathbf{s}^k$ – полезный сигнал, предназначенный k -му абоненту, $\sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{D}_k \mathbf{H}_k \mathbf{V}_i \mathbf{s}^i$ – интерференционная составляющая.

Задачу цифрового диаграммообразования можно сформулировать как задачу минимизации интерференционной составляющей, что эквивалентно выражению:

$$\sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{D}_k \mathbf{H}_k \mathbf{V}_i \mathbf{s}^i \equiv \mathbf{\Theta},$$

где $\mathbf{\Theta}$ – нулевой вектор

Таким образом, задача сводится к поиску прекодирующих матриц \mathbf{V}_i и матриц постобработки \mathbf{D}_k .

Рассмотрим подробнее упомянутые ранее виды прекодирования, а также гибридное диаграммообразование.

2.1. Block Diagonalization

Для формирования матрицы прекодирования для k -го пользователя необходима информация о состоянии каналов других пользователей (матрица интерференций), состоящая из матриц канала между базовой станцией и остальными пользователями [3]

$$\hat{\mathbf{H}}_k = [\hat{\mathbf{H}}_1^T, \dots, \hat{\mathbf{H}}_{k-1}^T, \hat{\mathbf{H}}_{k+1}^T, \dots, \hat{\mathbf{H}}_K^T]^T. \quad (1)$$

После этого происходит сингулярное разложение (Singular Value Decomposition, SVD) полученной матрицы и вычисление ее ранга

$$\hat{L}_k = \text{rank}(\hat{\mathbf{H}}_k),$$

$$\hat{\mathbf{H}}_k = \hat{\mathbf{U}}_k \hat{\mathbf{\Lambda}}_k [\hat{\mathbf{V}}_k^{(1)} \hat{\mathbf{V}}_k^{(0)}]^H,$$

где \mathbf{U}_k – левые сингулярные векторы, $\mathbf{\Lambda}_k$ – диагональная матрица, содержащая сингулярные числа матрицы \mathbf{H}_k , $\mathbf{V}_k^{(1)}$ – первые L_k правых сингулярных векторов матрицы \mathbf{V}_k , а $\mathbf{V}_k^{(0)}$ – $(N_{\text{tx}} - L_k)$ правых сингулярных векторов матрицы \mathbf{V}_k ; $\mathbf{V}_k^{(0)}$ формирует ортогональный базис для пространства из (1) [3]. Здесь и далее $(\cdot)^H$ – операция Эрмитова сопряжения.

Следующий этап заключается в SVD произведения канальной матрицы k -го пользователя на $\hat{\mathbf{V}}_k^{(0)}$

$$\mathbf{H}_k \hat{\mathbf{V}}_k^{(0)} = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda} [\mathbf{V}_k^{(1)} \mathbf{V}_k^{(0)}]^H.$$

В результате общую матрицу прекодирования можно выразить следующим образом: $\mathbf{V} = [\hat{\mathbf{V}}_1^{(0)} \mathbf{V}_1^{(1)}, \hat{\mathbf{V}}_2^{(0)} \mathbf{V}_2^{(1)}, \dots, \hat{\mathbf{V}}_K^{(0)} \mathbf{V}_K^{(1)}]$.

Матрицу постобработки можно выразить следующим образом [3]:

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{U}_1^H & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{U}_K^H \end{bmatrix}.$$

2.2. Dirty-Paper Coding

Алгоритм DPC основан на LQ-разложении канальной матрицы [1], которое в свою очередь связано с QR-разложением

$$\mathbf{H} = \mathbf{LQ}, \tag{2}$$

где \mathbf{L} – нижнетреугольная матрица (элементы выше от главной диагонали равны нулю), а \mathbf{Q} – ортогональная матрица ($\mathbf{Q}\mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}^H\mathbf{Q} = \mathbf{I}$)

$$\mathbf{H} = \mathbf{QR}, \tag{3}$$

где \mathbf{R} – верхнетреугольная матрица (элементы ниже главной диагонали равны нулю), а \mathbf{Q} – ортогональная матрица.

Выведем связь LQ и QR разложений (2) и (3):

$$(\mathbf{QR})^H = \mathbf{R}^H \mathbf{Q}^H = \mathbf{LQ}^H = \mathbf{H}^H. \tag{4}$$

Из (4) следует, QR-разложением матрицы \mathbf{H}^H будет Эрмитово-сопряженное LQ-разложение матрицы \mathbf{H} .

Прекодирующая матрица рассчитывается на основе матрицы \mathbf{L} . Умножение прекодированного сигнала на \mathbf{Q}^H позволяет устранить влияние \mathbf{Q} [1]. С учетом этого принятый сигнал можно записать следующим образом [1]

$$\begin{aligned} \mathbf{Y} &= \mathbf{H}\mathbf{Q}^H\mathbf{X} + \mathbf{Z} = \mathbf{LQ}\mathbf{Q}^H\mathbf{X} + \mathbf{Z} = \\ &= \mathbf{LX} + \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{m1} & l_{m2} & \dots & l_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_m \end{pmatrix}, \end{aligned} \tag{5}$$

где \mathbf{X} – прекодированный сигнал, \mathbf{Z} – шум.

Выразим из (5) условия приема без помех. Для первой антенны это будет:

$$x_1 = \tilde{x}_1, \tag{6}$$

где \tilde{x}_1 – сигнал на входе прекодера.

Из (5) условие для 2-й антенны будет:

$$x_2 = \tilde{x}_2 - \frac{l_{21}}{l_{22}} x_1, \tag{7}$$

из (6) и (7) условие для i -й антенны:

$$x_i = \tilde{x}_i + \sum_{k=1}^{i-1} (-1) \frac{l_{ik}}{l_{ii}} x_k.$$

С учетом этого прекодирующую матрицу можно описать с помощью следующего выражения [1]:

$$\begin{aligned} &\begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ -\frac{l_{21}}{l_{22}} & 1 & \dots & 0 \\ l_{22} & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{l_{m1}}{l_{mm}} & -\frac{l_{m2}}{l_{mm}} & \dots & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & l_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{m1} & l_{m2} & \dots & l_{mm} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_{12} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & l_{mm} \end{pmatrix}. \end{aligned} \tag{8}$$

Прекодированный сигнал можно выразить с помощью следующей формулы:

$$\mathbf{X} = \mathbf{L}^{-1} \text{diag}(\mathbf{L}) \tilde{\mathbf{X}}, \tag{9}$$

где \mathbf{L} – матрица LQ разложения матрицы \mathbf{H} , $\tilde{\mathbf{X}}$ – сигнал с выхода модулятора, diag – элементы главной диагонали.

Постобработка для данного алгоритма заключается в следующем выражении [1]:

$$\hat{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} l_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & l_{12} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & l_{mm} \end{pmatrix}^{-1} \mathbf{Y}, \quad (10)$$

где $\hat{\mathbf{X}}$ – восстановленный сигнал.

DPC является нелинейным алгоритмом и позволяет достичь максимально возможной пропускной способности в системах MIMO. Но на практике данный алгоритм мало применим, ввиду высокой вычислительной сложности, а также увеличения мощности передачи, вызванного особенностями работы алгоритма.

2.3. Tomlinson-Harashima

Алгоритм TH можно рассматривать как DPC с симметричной операцией по модулю. Первоначально TH предлагалось для уменьшения пиковой или средней мощности в эквалайзере с обратной связью по принятию решений (Decision Feedback Equalizer, DFE). Идея TH в DFE заключается в устранении влияния пост-курсорной межсимвольной интерференции (МСИ) [10] на передающей стороне, где передаваемые символы априорно известны [11,12].

Обозначим прекодированный по алгоритму DPC сигнал (9), как \mathbf{C} .

Симметричную операцию по модулю для сигнала можно выразить следующим образом:

$$\mathbf{X} = \mathbf{C} - 2A \left\lfloor \frac{(\mathbf{C} + A + jA)}{2A} \right\rfloor, \quad (11)$$

где $A = \sqrt{M}$, а M – порядок модуляции, \mathbf{X} – прекодированный сигнал, $\lfloor \rfloor$ – операция округления до ближайшего целого в меньшую сторону.

Выражение 11 можно преобразовать следующим образом:

$$\mathbf{X} = \mathbf{C} - 2A \left(\left\lfloor \frac{\text{Re}(\mathbf{C}) + A}{2A} \right\rfloor + j \left\lfloor \frac{\text{Im}(\mathbf{C}) + A}{2A} \right\rfloor \right), \quad (12)$$

где Re – вещественная часть числа, Im – мнимая часть числа, j – мнимая единица.

Задача постобработки сводится к выражению 10 из DPC и последующей операцией по модулю (12).

2.4. Channel Inversion

Прекодирование по алгоритму ChI для систем MU-MIMO по своей сути представляет собой операцию пред-эквалайзирования [13] для систем SU-MIMO и строится на тех же выражениях.

В случае Zero-Forcing (ZF) матрица прекодирования выражается следующим образом:

$$\mathbf{W}_{ZF} = \beta \mathbf{H}^{-1}, \quad (13)$$

где \mathbf{H} – канальная матрица, β – коэффициент ограничения полной передаваемой мощности после пред-эквалайзирования.

Коэффициент β рассчитывается по следующей формуле:

$$\beta = \sqrt{\frac{N_{TX}}{\text{Tr}(\mathbf{H}^{-1}(\mathbf{H}^{-1})^H)}},$$

где N_{TX} – количество передающих антенн, \mathbf{H} – канальная матрица, а Tr – след матрицы (сумма элементов главной диагонали).

Данный коэффициент позволяет пронормировать выходную мощность к 1 Вт.

Постобработка сводится к делению принятого сигнала на β

$$\hat{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{Y}}{\beta},$$

где \mathbf{Y} – принятый сигнал, $\hat{\mathbf{X}}$ – восстановленный сигнал.

По своей сути β является коэффициентом усиления для системы автоматической регулировки усиления (АРУ).

В случае Minimum Mean Squared Error (MMSE) эквалайзера, (13) принимает следующий вид:

$$\mathbf{W} = \beta \mathbf{H}^H \left(\mathbf{H} \mathbf{H}^H + \frac{N_{TX} \cdot 10^{\left(\frac{-SNR}{10}\right)}}{2} \mathbf{I} \right)^{-1},$$

где \mathbf{I} – единичная матрица (единицы на главной диагонали), SNR – отношения сигнал шум в дБ.

2.5. Hybrid Beamforming

Гибридное диаграммообразование является комбинированным способом. При таком подходе аналоговое диаграммообразование производится с помощью фазовращателей. При численном моделировании матрица аналогового диаграммообразования содержит коэффициенты сдвига для каждой РЧ-цепи. Матрица цифрового прекодирования в свою очередь содержит удельные веса для обработки сигнала в частотной области. Этот метод позволяет комбинировать преимущества цифрового и аналогового диаграммообразования для достижения наилучшей производительности с минимальной сложностью оборудования и потребляемой энергии [14].

Для расчета матриц прекодирования и постобработки применяется аппроксимация – процесс разложения сигнала на базисные функции из заданного набора (словаря), где эти функции называются атомами. Разреженная аппроксимация в свою очередь предполагает приближение сигнала с помощью наименьшего числа элементов, с сохранением количества ошибок меньше порогового уровня, т.е.

$$f(t) = \sum_{m=0}^{N-1} a_m g_m(t) + \mathbf{r}_N,$$

$$\|\mathbf{r}_N\| \rightarrow \min, \quad \|\mathbf{a}\|_0 \rightarrow \min,$$

где a_m – коэффициент разложения, $g_m(t)$ – атом словаря \mathbf{D} , N – количество элементов разложения, \mathbf{r}_N – ошибка аппроксимации, $\|\cdot\|$ – норма, $\|\cdot\|_0$ – псевдонорма L_{-0} , равная количеству ненулевых элементов вектора.

Задачу нахождения матриц цифрового (\mathbf{F}_{bb}) и аналогового (\mathbf{F}_{rf}) прекодирования можно сформулировать как максимизацию взаимной информации, $\arg \max_{(\mathbf{F}_{rf}, \mathbf{F}_{bb})} (\mathbf{I}(\mathbf{F}_{rf}, \mathbf{F}_{bb}))$, которая выражается следующей формулой:

$$\mathbf{I}(\mathbf{F}_{rf}, \mathbf{F}_{bb}) = \log_2 \left(\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_s \sigma^2} \mathbf{H} \mathbf{F}_{rf} \mathbf{F}_{bb} \mathbf{F}_{bb}^H \mathbf{F}_{rf}^H \mathbf{H}^H \right) \right). \quad (14)$$

При этом, используя SVD и его свойства [15] можно преобразовать (14) следующим образом:

$$\mathbf{I}(\mathbf{F}_{rf}, \mathbf{F}_{bb}) = \log_2 \left(\det \left(\mathbf{I} + \frac{\rho}{N_s \sigma^2} \Sigma^2 \mathbf{V}^H \mathbf{F}_{rf} \mathbf{F}_{bb} \mathbf{F}_{bb}^H \mathbf{F}_{rf}^H \mathbf{V} \right) \right), \quad (15)$$

где \mathbf{V} и Σ матрицы сингулярного разложения матрицы \mathbf{H} , а ρ – средняя мощность передатчика, N_s – количество цифровых потоков, σ^2 – дисперсия шума.

При этом $\mathbf{V} = [\mathbf{V}_1 \mathbf{V}_2]$. Путем математических подстановок и замен в (15), подробно описанных в [16], оптимальная матрица прекодирования $\mathbf{F}_{opt} = \mathbf{V}_1$. Также на основе этих преобразований можно переформулировать задачу нахождения матриц прекодирования следующим образом:

$$[\mathbf{F}_{bb}, \mathbf{F}_{rf}] = \arg \min_{(\mathbf{F}_{bb}, \mathbf{F}_{rf})} (\|\mathbf{F}_{opt} - \mathbf{F}_{rf} \mathbf{F}_{bb}\|_{\mathbf{F}}), \quad (16)$$

где $\|\cdot\|_{\mathbf{F}}$ – норма Фробениуса.

Математический аппарат разреженной аппроксимации хорошо развит и отлично подходит для вычисления матриц прекодирования и пост-обработки в случае гибридного диаграммообразования. В частности, (16) можно решить с помощью алгоритма Orthogonal Matching Pursuit (OMP) [17]. Хотя существуют и другие алгоритмы, например manifold optimization based AltMin (MO-AltMin) [18], но OMP имеет значительно меньшую вычислительную сложность при небольшом снижении выигрыша в спектральной эффективности [19]. По этой причине в модели был использован данный алгоритм.

Сигнал на входе приемной антенны можно записать следующим образом:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{F}_{rf} \mathbf{F}_{bb} \mathbf{x} + \mathbf{n}.$$

Задача постобработки сводится к минимизации среднеквадратичной ошибки (Mean Squared Error, MSE) между сигналом с выхода модулятора и принятым сигналом после обработки $\arg \min_{(\mathbf{W}_{rf}, \mathbf{W}_{bb})} \left(E \left\{ \left\| \mathbf{x} - \mathbf{W}_{bb}^H \mathbf{W}_{rf}^H \mathbf{y} \right\|_2^2 \right\} \right)$, здесь и далее $E \{ \dots \}$ – оператор усреднения.

С учетом этого оптимальной матрицей постобработки будет матрица MMSE эквалайзера, которая в данном случае может быть выражена следующим образом:

$$\mathbf{W}_{MMSE}^H = E \{ \mathbf{y} \mathbf{y}^H \} E \{ \mathbf{y} \mathbf{y}^H \}^{-1} = \frac{1}{\sqrt{\rho}} \left(\mathbf{F}_{bb}^H \mathbf{F}_{rf}^H \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{F}_{rf} \mathbf{F}_{bb} + \frac{\sigma^2 N_s}{\rho} \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{F}_{bb}^H \mathbf{F}_{rf}^H \mathbf{H}^H. \quad (17)$$

С учетом (17), путем преобразований, поиск матриц цифровой \mathbf{W}_{bb} и аналоговой \mathbf{W}_{rf} постобработки можно свести к следующему выражению:

$$\left[\mathbf{W}_{rf}, \mathbf{W}_{bb} \right] = \arg \min_{(\mathbf{W}_{rf}, \mathbf{W}_{bb})} \left(\left\| E \{ \mathbf{y} \mathbf{y}^H \}^{\frac{1}{2}} \left(\mathbf{W}_{MMSE} - \mathbf{W}_{rf} \mathbf{W}_{bb} \right) \right\|_F \right).$$

Для решения этой задачи также используется алгоритм ОМР [17].

Восстановленный сигнал можно записать следующим образом:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{W}_{bb} \mathbf{W}_{rf} \mathbf{y}.$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для оценки помехоустойчивости, обеспечиваемой при использовании разных видов диаграммообразования, была разработана математическая модель широкополосной системы связи с MU-MIMO. В Таблице 1 представлены основные параметры моделирования.

Моделирование проводилось при разных сценариях. Результатами выступают зависимости BER от E_b/N_0 .

Таблица 1

Параметры моделирования

| Модуляция | QPSK |
|--|-------------------------|
| Количество передающих антенн | 16 |
| Количество пользователей | 4 |
| Количество приемных антенн на пользователя | 4 |
| Размер сообщения | 320 бит на пользователя |
| Диапазон отношения сигнал-шум | [0-30] |
| Количество итераций | 1000 |

В первом сценарии каналные коэффициенты подчиняются распределению Релея. Моделирование в данном сценарии проводилось для алгоритмов BD, ChI, DPC, TH при идеальной и неидеальной оценке CSI.

Идеальная оценка предполагает, что передатчик знает мгновенные значения канальной матрицы. При этом канал стационарен, а CSI полностью соответствует канальной матрице. Неидеальная оценка подразумевает, наличие шумов из-за которых приемник не может оценить канал точно, а также временную нестационарность АЧХ канала.

На Рис. 3 показаны полученные зависимости оценки BER от отношения энергии, приходящейся на один бит информации к спектральной плотности мощности шума E_b/N_0 при разной среднеквадратичной ошибке (MSE) оценки.

Во втором сценарии рассматривается влияние наличия прямой видимости на помехоустойчивость. Прямая видимость ухудшает производительность многоантенных систем, т.к. при ее наличии уменьшается ранг канальной матрицы. Канальные коэффициенты подчиняются распределению Райса. В данном сценарии канальную матрицу можно описать следующей формулой:

$$\mathbf{H} = \sqrt{\frac{K}{1+K}} \mathbf{H}_{LoS} + \sqrt{\frac{1}{1+K}} \mathbf{H}_{NLoS},$$

где \mathbf{H}_{LoS} – компонента прямой видимости, \mathbf{H}_{NLoS} – случайная компонента канальной матрицы, K – Райсовский фактор (отношение

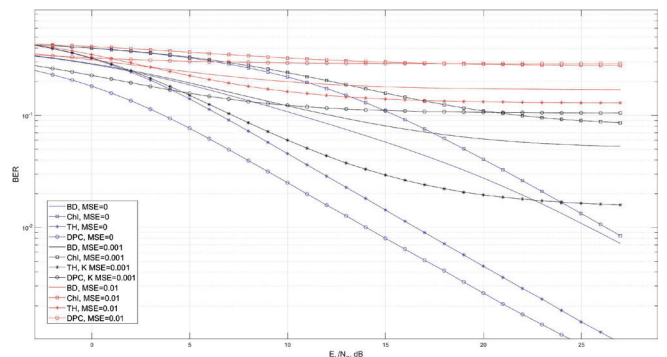


Рис. 3. Зависимости BER от E_b/N_0 в канале Релея при разной ошибке оценки.

мощности прямого луча к мощности остальных лучей).

Компоненту прямой видимости можно записать следующим образом:

$$\mathbf{H}_{LoS} = \mathbf{a}_{rx}(\theta_{rx}) (\mathbf{a}_{tx}(\theta_{tx}))^T,$$

где $\mathbf{a}_{rx}(\theta_{rx})$ и $\mathbf{a}_{tx}(\theta_{tx})$ – отклики приемной и передающей антенной решетки соответственно, θ_{rx} и θ_{tx} – углы приема и передачи соответственно.

На Рис. 4 представлены полученные зависимости BER от E_b/N_0 при разных значениях коэффициента Райса K .

Коэффициент $K = 2$ означает слабовыраженную прямую видимость, $K = 100$ подразумевает слабовыраженный характер многолучевости, $K = 10$ подразумевает наличие и многолучевости и прямой видимости.

Моделирование третьего сценария проводится в коррелированном канале Релея. Канальные коэффициенты в данном сценарии подчиняются распределению Релея, но на приемной и передающей стороне присутствует пространственная корреляция, вызванная близким расположением антенных элементов, а также малым разнообразием среды распространения. С учетом этого канальную матрицу можно записать следующим образом:

$$\mathbf{H} = \mathbf{R}_{rx}^{1/2} \mathbf{H}_\omega \mathbf{R}_{tx}^{1/2},$$

где \mathbf{R}_{rx} , \mathbf{R}_{tx} – корреляционные матрицы на приемной и передающей сторонах соответственно, \mathbf{H}_ω – некоррелированная канальная матрица.

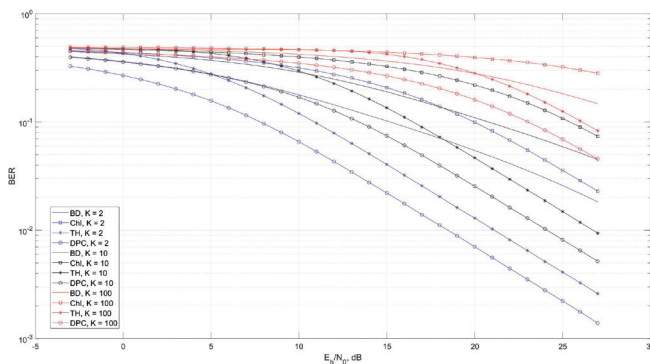


Рис. 4. Зависимости BER от E_b/N_0 в канале Райса при разном коэффициенте K .

Корреляционные матрицы имеют следующий вид:

$$\mathbf{R}_{tx} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{tx} & \rho_{tx}^4 & \dots & \rho_{tx}^{(N-1)^2} \\ \rho_{tx} & 1 & \rho_{tx} & \dots & \vdots \\ \rho_{tx}^4 & \rho_{tx} & 1 & \dots & \rho_{tx}^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \rho_{tx} \\ \rho_{tx}^{(N-1)^2} & \dots & \rho_{tx}^4 & \rho_{tx} & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{rx}^k = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{rx} & \rho_{rx}^4 & \dots & \rho_{rx}^{(N-1)^2} \\ \rho_{rx} & 1 & \rho_{rx} & \dots & \vdots \\ \rho_{rx}^4 & \rho_{rx} & 1 & \dots & \rho_{rx}^4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \rho_{rx} \\ \rho_{rx}^{(N-1)^2} & \dots & \rho_{rx}^4 & \rho_{rx} & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{R}_{rx} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{rx}^1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{R}_{rx}^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{R}_{rx}^K \end{bmatrix},$$

где \mathbf{R}_{rx}^k корреляционная матрица для k -го пользователя а ρ_{tx} и ρ_{rx} коэффициенты корреляции на передающей и приемной стороне. На Рис. 5 представлены полученные зависимости.

Выбор данных значений коэффициента корреляции обоснован следующим: при $\rho = 0.5$ корреляция почти не вносит искажений, а при $\rho = 0.8$ корреляция уже оказывает сильное воздействие.

В последнем сценарии рассматривается гибридное диаграммообразование. При этом учитывается пространственное разнесение

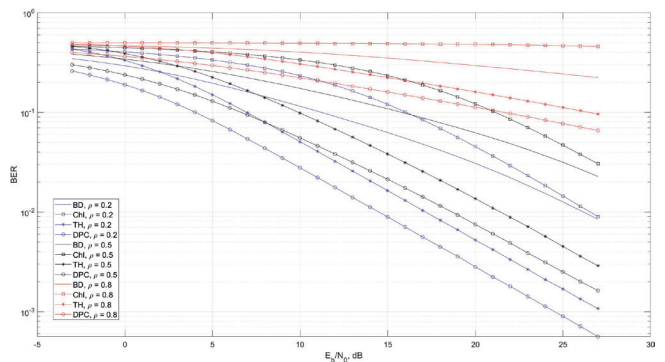


Рис. 5. Зависимости BER от E_b/N_0 в канале Релея при разном коэффициенте пространственной корреляции.

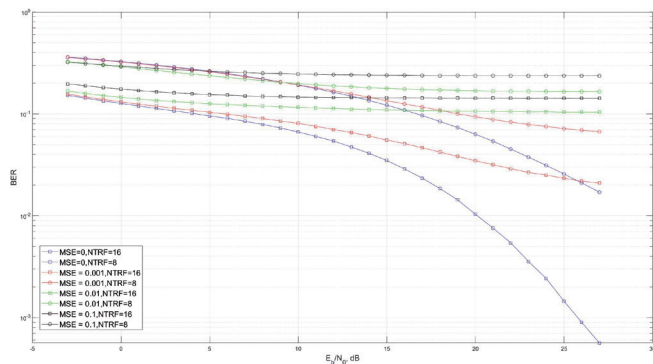


Рис. 6. Зависимости BER от E_b/N_0 – для гибридного диаграммообразования при разной ошибке оценки и разном количестве РЧ-цепей.

абонентов. Количество цифровых потоков $N_s = 4$, полно-связная архитектура. Пользователи равномерно распределены вокруг базовой станции. Расстояние между BS и UEs находится в диапазоне 200 – 4000 длин волны, что соответствует расстоянию до 570 метров на частоте 1800 МГц и до 200 метров на частоте 6 ГГц. Такие зоны покрытия характерны для малых сот, в которых активно применяется технология MIMO. На **Рис. 6** представлены полученные зависимости при разном количестве РЧ цепей (NTRF) на передающей стороне при идеальной и неидеальной оценке канальной матрицы.

Из Рис. 3-6 видно, что неидеальность оценки, наличие прямой видимости, а также корреляции приводит к существенному снижению помехоустойчивости систем с MIMO.

Из Рис. 3 видно, что среди цифровых алгоритмов DPC показывает наилучшие результаты по помехоустойчивости, но только при идеальной оценке. Даже небольшая ошибка оценки ($MSE = 0.001$) приводит к резкому снижению помехоустойчивости, $BER > 0.1$. Алгоритм TH отстает по производительности от DPC примерно на 2.5 дБ (при идеальной оценке), но при этом не так чувствителен к ошибке оценки. Даже при небольшой ошибке оценки значение $BER < 0.1$ получается достичь при использовании только алгоритма TH или VD (BER равен

0.02 и 0.06, соответственно). При $MSE = 0.01$ ни один из алгоритмов прекодирования не может достичь вероятности битовой ошибки 0.1. При идеальной оценке алгоритм ChI отстает от VD примерно на 1 дБ по уровню $BER = 0.01$, однако небольшая ошибка оценки также приводит к существенному снижению помехоустойчивости, $BER > 0.1$.

Для Рис. 4-5 ухудшение производительности считается относительно некоррелированного канала Релея при идеальной оценке.

Из Рис. 4 видно, что даже слабовыраженная прямая видимость ($K = 2$) существенно снижает помехоустойчивость системы, при $E_b/N_0 = 27$ дБ BER увеличивается примерно в 3 раза для всех видов прекодирования). При $K = 10$ BER увеличивается примерно в 10 раз для DPC и TH, примерно в 7 раз для VD и в 9 раз для ChI (при $E_b/N_0 = 27$ дБ). Явно выраженная прямая видимость ($K = 100$) увеличивает BER примерно в 90 раз для DPC и TH, в 21 раз для VD и в 32 раза для ChI при $E_b/N_0 = 27$ дБ, добиться уровня $BER < 0.1$ позволяют только DPC и TH (0.05 и 0.08, соответственно). Таким образом, DPC наиболее устойчив к наличию прямой видимости в канале.

Из Рис. 5 видно, что слабая пространственная корреляция почти не влияет на помехоустойчивость. Корреляция на уровне $\rho = 0.5$ приводит к увеличению BER примерно в 3-4 раза (при $E_b/N_0 = 27$ дБ). При $\rho = 0.8$ и $E_b/N_0 = 27$ дБ BER увеличивается в 128, 101, 32 и 52 раза для DPC, TH, VD и ChI, соответственно. При этом DPC и TH позволяют добиться $BER < 0.1$, (0.06 и 0.09, соответственно), при VD и ChI BER находится на уровне 0.2 и 0.5. Таким образом, DPC наиболее устойчив к пространственной корреляции.

Из Рис. 6 видно, что при идеальной оценке и $NTRF = 8$ помехоустойчивость ниже, чем при использовании ChI, а при $NTRF = 16$ гибридное диаграммообразование

стремится по помехоустойчивости к DPC, но немного уступает ему. При $NTRF = 16$ небольшая ошибка оценки ($MSE = 0.001$) приводит к существенному уменьшению помехоустойчивости, BER увеличился примерно в 40 раз, а при $NTRF = 8$ такая ошибка приводит к ухудшению помехоустойчивости примерно в 4 раза (при $E_b/N_0 = 27\text{дБ}$). При $MSE = 0.01$, $E_b/N_0 = 27\text{дБ}$ и $NTRF = 16$ $BER \approx 0.1$, а при $NTRF = 8$ $BER > 0.1$. При большой ошибке оценки ($MSE = 0.1$) $BER > 0.1$ даже при $NTRF = 16$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрено влияние параметров канала передачи на помехоустойчивость многоантенных систем ММО. Как видно из полученных результатов, ММО показывает хорошую производительность в условиях идеальной оценки и большого разнообразия канала, однако реальные условия зачастую далеки от идеальных. Наличие шумов, частичное или полное отсутствие многолучевости, близкое расположение антенных элементов, все это может привести к существенному уменьшению производительности многоантенных систем. По данной причине особенно актуальным вопросом для исследований является работа систем ММО с новыми технологиями (машинное обучение, метаматериалы, реконфигурируемые поверхности). Например, реконфигурируемые поверхности могут повысить разнообразие канала, а алгоритмы с использованием машинного обучения могут повысить точность оценки канала. Также актуальным является улучшение имеющихся алгоритмов диаграмообразования и разработка новых, особенно в миллиметровом и терагерцовом диапазонах, ввиду сильного затухания сигнала. Исследование в этих направлениях могут стать основой для улучшения основных характеристик будущих систем связи. Кроме этого, использование систем

MU-MIMO в связке с актуальными методами множественного доступа, например [20,21] позволит еще больше повысить производительность систем связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Cho YS, Kim J, Yang WY, & Kang CG. *MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB*. Hoboken., NJ, USA, Wiley, 2010: 439.
2. Heath RW, Gonzalez-Prelcic N, Rangan S, Roh W, & Sayeed AM. An overview of signal processing techniques for millimeter wave MIMO systems. *IEEE journal of selected topics in signal processing*, 2016, 10(3):436-453.
3. Spencer QH, Swindlehurst AL, & Haardt M. Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser MIMO channels. *IEEE transactions on signal processing*, 2004, 52(2):461-471.
4. Peel CB, Hochwald BM, & Swindlehurst AL. A vector-perturbation technique for near-capacity multiantenna multiuser communication-part I: channel inversion and regularization. *IEEE Transactions on Communications*, 2005, 53(1):195-202.
5. Costa M. Writing on dirty paper (corresp.). *IEEE transactions on information theory*, 1983, 29(3):439-441.
6. Fischer RF, Windpassinger C, Lampe A, & Huber JB. Space-time transmission using Tomlinson-Harashima precoding. *ITG FACHBERICHT*, 2002:139-148.
7. Sadek M, Tarighat A, & Sayed, AH. A leakage-based precoding scheme for downlink multiuser MIMO channels. *IEEE transactions on Wireless Communications*, 2007, 6(5):1711-1721.
8. Gao X, Edfors O, Rusek F, & Tufvesson F. Linear pre-coding performance in measured very-large MIMO channels. *Proc. IEEE vehicular technology conference (VTC Fall)*, 2011:1-5.
9. Heath RW, Gonzalez-Prelcic N, Rangan S, Roh W, & Sayeed AM. An overview of signal processing techniques for millimeter wave MIMO systems. *IEEE journal of selected topics in signal processing*, 2016, 10(3):436-453.

10. Shahramian S, Yasotharan H, & Carusone AC. Decision feedback equalizer architectures with multiple continuous-time infinite impulse response filters. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 2012, 59(6):326-330.
11. Tomlinson, M. New automatic equaliser employing modulo arithmetic. *Electronics letters*, 1971, 7(5):138-139.
12. Harashima H, & Miyakawa H. Matched-transmission technique for channels with intersymbol interference. *IEEE Transactions on Communications*, 1972, 20(4):774-780.
13. Joham M, Utschick W, & Nossek, JA. Linear transmit processing in MIMO communications systems. *IEEE Transactions on signal Processing*, 2005, 53(8):2700-2712.
14. Molisch AF, Ratnam VV, Han S, Li Z, Nguyen SLH, Li L, & Haneda K. Hybrid beamforming for massive MIMO: A survey. *IEEE Communications magazine*, 2017, 55(9):134-141.
15. Тыртышников ЕЕ. *Матричный анализ и линейная алгебра*. М., Физматлит, 2007, 480.
16. El Ayach O, Rajagopal S, Abu-Surra S, Pi Z, & Heath RW. Spatially sparse precoding in millimeter wave MIMO systems. *IEEE transactions on wireless communications*, 2014, 13(3):1499-1513.
17. Tropp JA, & Gilbert AC. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit. *IEEE Transactions on information theory*, 2007, 53(12):4655-4666.
18. Yu X, Shen JC, Zhang J, & Letaief, KB. Alternating minimization algorithms for hybrid precoding in millimeter wave MIMO systems. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2016, 10(3):485-500.
19. Zhang J, Yu X, & Letaief KB. Hybrid beamforming for 5G and beyond millimeter-wave systems: A holistic view. *IEEE Open Journal of the Communications Society*, 2019, 1:77-91.
20. Pokamestov DA, Kryukov YV, Rogozhnikov EV, & Kanatbekuli I., Adapting SCMA Codebooks to Channel State. *Proc. 3rd International Youth Conference on Radio Electronics, Electrical and Power Engineering (REEPE)*, 2021:1-4.
21. Kryukov YV, Pokamestov DA, Rogozhnikov EV, Demidov AY, & Gromova YS. Experimental research of PD/NOMA. *Proc. 19th International Conference of Young Specialists on Micro/Nanotechnologies and Electron Devices (EDM)*, 2018:176-179.

Шинкевич Артём*магистрант*

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Томск 634050, Россия**E-mail: a.shinkevich00@gmail.com****Покаместов Дмитрий Алексеевич***к.т.н.*

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Томск 634050, Россия**E-mail: dmaltomsk@mail.ru****Крюков Яков Владимирович***к.т.н.*

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Томск 634050, Россия**E-mail: kryukov.tusur@gmail.com****Рогожников Евгений Васильевич***к.т.н., доцент*

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Томск 634050, Россия**E-mail: udzhon@mail.ru****Шалин Георгий Николаевич***магистрант*

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Томск 634050, Россия**E-mail: shalingn1120@gmail.com****Бровкин Андрей Александрович***ассистент*

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

Томск 634050, Россия**E-mail: soldierbrovkin@gmail.com.**