

DOI: 10.17725/rensit.2024.16.249

Внутризонное поглощение электромагнитного излучения электронами с оптическим фононным участием в сверхрешетках квантовых точек

Ибрагимов Г.Б., Ибаева Р.З.

Институт физики НАН Азербайджана, <https://physics.gov.az/>

33, просп. Г.Джавида, г. Баку AZ1143, Азербайджан

E-mail: guseyn_gb@mail.ru, raidaibayeva1@gmail.com

Поступила 08.12.2023, рецензирована 15.12.2023, принята 22.12.2023, опубликована 25.04.2024

Представлена действительным членом РАЕН В.А. Бушуевым

Аннотация: Исследуется поглощение электромагнитного излучения свободным электронным газом, взаимодействующим с колебаниями решетки, в сверхрешетке квантовых точек. Предполагается, что электронный газ в сверхрешетке квантовых точек ограничен анизотропным параболическим потенциалом. Поглощение света свободными носителями при участии фононов рассчитывается во втором порядке теории возмущения. При вычислении коэффициента поглощения используются матричные элементы электрон-фотонного и электрон-фононного взаимодействий электрона (с полярными и неполярными оптическими фононами). При рассеянии электронов на полярных оптических фононах возможны три следующих перехода: (1) переход между размерными подуровнями только в x-направлении, (2) переход между размерными подуровнями только в y-направлении, (3) переход между размерными подуровнями как в x-, так и y-направлениях. Показано, что для рассеяния электрона на неполярных оптических фононах возможен только один переход - переход, обусловленный размерными подуровнями как для x-, так и для y-направлений.

Ключевые слова: квантовая точка, сверхрешетка, минizona, внутризонное поглощение
УДК 621.315.592

Для цитирования: Ибрагимов Г.Б., Ибаева Р.З. Внутризонное поглощение электромагнитного излучения электронами с оптическим фононным участием в сверхрешетках квантовых точек. РЭНСИТ: Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии, 2024, 16(2):249-254. DOI: 10.17725/rensit.2024.16.249.

Intraband absorption of electromagnetic radiation by electrons with optical phonon participation in quantum dot superlattices

Ibragimov Guseyn Behbud, Ibayeva Raida Zabit

Physics Institute of Azerbaijan National Academy of Sciences, <https://physics.gov.az/>

33, ave. G. Javida, Baku AZ1143, Azerbaijan

E-mail: guseyn_gb@mail.ru, raidaibayeva1@gmail.com

Received December 08, 2023, peer-reviewed December 15, 2023, accepted December 22, 2023, published April 25, 2024

Abstract: In this paper, we investigate the absorption of electromagnetic radiation by a free electron gas interacting with lattice vibrations in a quantum dot superlattice. It is assumed that the electron gas in the quantum dot superlattice is limited by the anisotropic parabolic potential. The absorption of light by free carriers with the participation of phonons is calculated in the second order of the perturbation theory. When calculating the absorption coefficient, the matrix elements of the electron-photon and electron-phonon interactions (with polar and nonpolar optical phonons) are used. We can expect three possible transitions in the absorption coefficient for electron-polar phonon scattering: (1) a transition due to the size subband levels for only the x direction,

(2) a transition due to the size subband levels for only the y direction and (3) a transition due to the size subband levels for both the x direction and the y direction. For electron-nonpolar phonon scattering we can expect only one possible transitions in the, the absorption coefficient: a transition due to the size subband levels for both the x direction and the y direction.

Keywords: quantum dot, superlattice, miniband, intraband absorption

UDC: 621.315.592

For citation: Guseyn B. Ibragimov, Raida Z. Ibayeva. Intraband absorption of electromagnetic radiation by electrons with optical phonon participation in quantum dot superlattices. *RENSIT: Radioelectronics. Nanosystems. Information Technologies*, 2024, 16(1):249-254e. DOI: 10.17725/j.rensit.2024.16.249.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ (250)
2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ (250)
3. РЕЗУЛЬТАТЫ (252)
4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ (253)

ЛИТЕРАТУРА (253)

1. ВВЕДЕНИЕ

Развитие методов выращивания кристаллов с размерами, близкими к межатомному расстоянию, таких как молекулярно-лучевая эпитаксия и осаждение из газовой фазы металлоорганических соединений, позволило получить такие низкоразмерные системы, как квантовые ямы, сверхрешетки, квантовые точки и т.д. Начиная с пионерской работы Эсаки и Цу [1], полупроводниковым сверхрешеткам было посвящено большое количество исследований из-за их транспортных свойств и применения в устройствах электроники, таких как генераторы, туннельные диоды, транзисторы горячих электронов и оптико-электронные приборы [2,3]. Современная нанотехнология позволяет изготавливать квантовые точки различной формы, которые с успехом применяются в различных устройствах, квантовых каскадных лазерах на основе сверхрешеток квантовых точек [1–3], которые имеют значительно большую производительность по сравнению с существующими квантовыми каскадными лазерами на основе сверхрешеток из квантовых ям [4]. Сверхрешетки из квантовых точек привлекают внимание исследователей также благодаря своим необычным оптическим и оптоэлектронным свойствам, которые могут быть использованы для разработки новых оптоэлектронных приборов [5-13].

Хорошо известно, что электрон-фононное взаимодействие является важным фактором,

влияющим на физические свойства полярных кристаллов, такие как энергия связи примесей, перенос заряда, линейные и нелинейные оптические свойства, особенно в низкоразмерных квантовых системах [14,15].

В настоящей работе развита теория поглощения света свободными носителями в сверхрешетке квантовых точек с анизотропным параболическим потенциалом при рассеянии носителей на полярных и неполярных оптических фононах.

В объемных полупроводниках квантовомеханическая теория поглощения света свободными носителями, использующая теорию возмущений второго порядка, была предложена Думке [16]. Позднее он был подробно изучен для акустических фононов (через деформационный потенциал и пьезоэлектрическую связь), неполярных и полярных оптических фононов и примесей в объемных полупроводниках [17]. Эти исследования показали различную степенную зависимость коэффициента поглощения от длины волны излучения для разных механизмов рассеяния. Более того, эти степенные законы отличаются от классической зависимости k^2 коэффициента поглощения. Поглощение света свободными носителями при рассеянии электронов на фононах теоретически исследовалось в полупроводниковых квантовых ямах и проволоках [18-28] и в квантовых точках [29,30].

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Известно, что движение электрона в сверхрешетке является ограниченным и его энергетический спектр квантуется. Предполагается, что квантование имеет место в x -направлении. Рассматривается электрон-фононное взаимодействие в сверхрешетке квантовых точек

с периодическим потенциалом $U(\xi)$ периода d вдоль ξ -направления вида [31]:

$$V(x, y) = \frac{m^*}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2), \quad (1)$$

где m^* — эффективная масса, а ω_x, ω_y — частоты конфинмента в x - и y -направлениях соответственно. В приближении сильной связи гамильтониан для носителей тока в сверхрешетке квантовых точек может быть записан, как [8,9]:

$$H = \frac{(p_x^2 + p_y^2)}{2m^*} + \frac{m^*}{2} (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2) + \frac{\Delta}{2} (1 - \cos \frac{p_z d}{\hbar}), \quad (2)$$

где Δ — ширина минизоны. Нормированные собственные волновые функции электрона $\Psi_{n,e,k_z}(\mathbf{r})$ и собственные значения энергии $E_{n,l}(k_z)$ в зоне проводимости задаются, соответственно, в виде [10]:

$$\Psi_{n,l,k_z}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{L_z}} \Psi_n(x) \Psi_l(y) \xi_{k_z}(z), \quad (3)$$

$$E_{n,l}(k_z) = (n + \frac{1}{2})\hbar\omega_x + (l + \frac{1}{2})\hbar\omega_y + \frac{\Delta}{2} (1 - \cos k_z d) = \varepsilon_{n,l} + \varepsilon(k_z), \quad (4)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$ и $l = 0, 1, 2, \dots$ — индексы уровней электронных подзон, k_z — составляющая волнового вектора в ξ -направлении, $\Psi_n(x) = \sqrt{1/\sqrt{\pi} l_x} 2^n n! \exp[-x^2/2l_x^2] H_n(x/l_x)$,

$\Psi_l(y) = \sqrt{1/\sqrt{\pi} l_y} 2^l l! \exp[-y^2/2l_y^2] H_l(y/l_y)$ — собственные волновые функции гармонического осциллятора, $H_n(x)$ — полином Эрмита, $l_x = \sqrt{\hbar/(m^* \omega_x)}, l_y = \sqrt{\hbar/(m^* \omega_y)}, \xi_{k_z}(z)$ — функция Блоха в приближении сильной связи в ξ -направлении и L_z — нормализованная длина в ξ -направлении.

Поглощение света свободными носителями при участии фононов рассчитывается во втором порядке теории возмущений. Коэффициент поглощения определяется при этом известной формулой [20]:

$$\alpha = \frac{\varepsilon^{1/2}}{n_0 c} \sum_i W_i f_i, \quad (5)$$

где ε — диэлектрическая постоянная, n_0 — число фотонов в поле излучения, f_i — функция распределения свободных носителей тока, W_i — вероятность перехода, определяемая следующим выражением:

$$W_i = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{jq} \left[|\langle f | M_+ | i \rangle|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\Omega - \hbar\omega_q) + |\langle f | M_- | i \rangle|^2 \delta(E_f - E_i - \hbar\Omega + \hbar\omega_q) \right], \quad (6)$$

где E_i и E_f — энергии начального и конечного состояний электронов, соответственно, $\hbar\Omega$ — энергия фотона, $\hbar\omega_q$ — энергия фонона, $\langle f | M_{\pm} | i \rangle$ — элементы матрицы перехода от начального состояния к конечному состоянию взаимодействия между электронами, фононами и фотонами. Элементы матрицы перехода можно представить в виде:

$$\langle f | M_{\pm} | i \rangle = \sum_{\alpha} \left(\frac{\langle f | H_R | \alpha \rangle \langle \alpha | V_s | i \rangle}{E_i - E_{\alpha} \mp \hbar\omega_q} + \frac{\langle f | V_s | \alpha \rangle \langle \alpha | H_R | i \rangle}{E_i - E_{\alpha} - \hbar\Omega} \right), \quad (7)$$

где индексы i, a, f обозначают начальное, промежуточное и конечное состояния электрона с квантовыми числами k, n, l, H_R — оператор электрон-фотонного взаимодействия, V_s — оператор электрон-фононного взаимодействия.

Подставив выражения для волновых функций (3) в выражение (7) для матричных элементов электрон-фотонного взаимодействия, получим:

$$\langle n'l'k'_z | H_R | nk_z \rangle = \frac{e\Delta d \sin(k_z d)}{2\hbar} \left(\frac{2\pi\hbar n_0}{V\Omega\varepsilon} \right)^{1/2} \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{kk_z} \quad (8)$$

где V — объем кристалла, поле излучения поляризовано вдоль ξ -направления, ε — вектор поляризации.

Функция распределения электронов для невырожденного электронного газа имеет вид:

$$f_0(E_{nk_z}) = \frac{2n_{1D} d e^{\frac{\Delta}{k_B T}} \sinh\left(\frac{\hbar\omega_x}{2k_B T}\right) \sinh\left(\frac{\hbar\omega_y}{2k_B T}\right)}{M\left(\frac{1}{2}, 1, \frac{\Delta}{k_B T}\right)} \exp\left(-\frac{E_{nk_z}}{k_B T}\right), \quad (9)$$

где n_{1D} — число электронов на единицу длины, а $M(a, c, x)$ — вырожденная гипергеометрическая функция [31]

$$M(a, c, x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(a)_n x^n}{(c)_n n!}. \quad (10)$$

Матричный элемент электрон-фононного взаимодействия имеет следующий вид:

$$|\langle k'_z n'l' | V_s | k_z nl \rangle|^2 = C_j'^2 J_{nn'}(x) J_{ll'}(y) I(q_z), \quad (11)$$

где V_s — оператор энергии взаимодействия электрона с фононом, C_j — функция, характеризующая взаимодействие электронов и фононов,

$$\begin{aligned} J_{nm'}(q_x) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{iq_x x} dx \Psi_n(x) \Psi_{n'}(x), \\ J_{l'l'}(q_y) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{iq_y y} dy \Psi_l(y) \Psi_{l'}(y), \\ I(q_z) &= \int_0^d \xi_{k_z}(z) \xi_{k'_k}(z) e^{iq_z z} dz, \end{aligned} \quad (12)$$

При взаимодействии электрона с полярными оптическими фононами имеем:

$$\begin{aligned} \tilde{N}_{POL}^2 &= 2\pi e^2 \hbar \omega_0 \left\{ \frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0} \right\}, \\ F_{POL} &= \frac{N_0^\pm}{q^2}, \quad N_0 = \left[\exp\left(\frac{\hbar \omega_0}{K_B T}\right) - 1 \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $N_0^- = N_0$, $N_0^+ = N_0 + 1$.

Здесь ε_∞ и ε_0 — высокочастотная и статическая диэлектрическая проницаемость полупроводника, соответственно. Энергия фононов принята $\hbar \omega_q = \hbar \omega_0 = \text{const}$.

$$N_0 = \left[\exp\left(\frac{\hbar \omega_0}{K_B T}\right) - 1 \right]^{-1}, \quad N_0^- = N_0, \quad N_0^+ = N_0 + 1, \quad (14)$$

где $N_0^- (N_0^+)$ описывает уничтожение и рождение фонона.

Для взаимодействия электрона с неполярными оптическими фононами

$$C_{np}^2 = \frac{\hbar D}{2\rho\omega_0 V}, \quad F_{np}(q) = N_0^\pm, \quad (15)$$

где D — константа потенциала неполярной оптической деформации.

Учитывая формулы (6) и (11) в (5) и суммируя по k'_z , для коэффициента поглощения получим:

$$\begin{aligned} \alpha &= \left(\frac{\pi e \Delta d}{\hbar^2} \right)^2 \frac{1}{CV\Omega^3 \varepsilon_\infty^2} \times \\ &\times \sum_{n'e'} \sum_{n''e''} \sum_{q} f_{nk_z} C_j^2 |I_{nm'}(q_x)|^2 |I_{e'e''}(q_y)|^2 (\sin(k_z + q_z)d - \sin k_z d)^2 \times \\ &\times \left\{ N_0 \delta\left((n'-n)\hbar\omega_x + (e'-e)\hbar\omega_y + \frac{\Delta}{2}(\cos k_z d - \cos(k_z + q_z)d - \hbar\Omega + \hbar\omega_x)\right) + \right. \\ &\left. + (N_0 + 1) \delta\left((n'-n)\hbar\omega_x + (l'-l)\hbar\omega_y + \frac{\Delta}{2}(\cos k_z d - \cos(k_z + q_z)d - \hbar\Omega - \hbar\omega_x)\right) \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

В формуле (16), переходя от суммирования по k'_z и q к интегрированию по k_z и q , используя выражение:

$$\sum_q \frac{V}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dq_x dq_y dq_z, \quad (17)$$

$$\sum_{k_z}(\dots) = \left(\frac{L_z}{2\pi} \right) \int_{-\pi/d}^{\pi/d} (\dots), \quad (18)$$

и используя свойства δ -функции Дирака:

$$\delta[f(x)] = \sum_i \frac{\delta(x-x_i)}{|f'(x_i)|}, \quad (19)$$

где x_i — простые нули функции $f(x)$,

$$\int_{-\pi/d}^{\pi/d} dq_z f(q_z) \delta(q_z - a) = f(a). \quad (20)$$

для коэффициента поглощения при рассеянии на полярных и неполярных оптических фононах получим:

$$\begin{aligned} \alpha_{pol} &= \frac{4\pi e^4 \Delta d \omega_0 L_z}{c\Omega^3 \varepsilon_\infty^{3/2} \hbar^3} \left(\frac{1}{\varepsilon_\infty} - \frac{1}{\varepsilon_0} \right) \times \\ &\times \sum_{n'e'} \sum_{n''e''} \sum_{\pm} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dk_z f_{nek_z} \left(N_0 + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{\Delta^2} \Theta_\pm^2 - \sin k_z d}}{\sqrt{1 - \frac{4}{\Delta^2} \Theta_\pm^2}} \times \end{aligned} \quad (21)$$

$$\times \int_0^\infty \frac{|I_{nm'}(q_x)|^2 |I_{e'e''}(q_y)|^2}{(q_x^2 + q_y^2) + a_\pm^2} dq_x dq_y,$$

$$\alpha_{n.pol} = \frac{D^2 e^2 \Delta d}{\pi c \rho \omega_0 \Omega^3 L_x L_y \varepsilon_\infty^{3/2}} \times$$

$$\times \sum_{n'e'} \sum_{n''e''} \sum_{\pm} \int_{-\pi/d}^{\pi/d} dk_z f_{nek_z} \left(N_0 + \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} \right) \frac{\sqrt{1 - \frac{4}{\Delta^2} \Theta_\pm^2 - \sin k_z d}}{\sqrt{1 - \frac{4}{\Delta^2} \Theta_\pm^2}} \times \quad (22)$$

$$\times \frac{1}{n'-n} \cdot \frac{1}{l'-l},$$

где

$$\begin{aligned} \Theta_\pm(k_z d) &= (n' - n)\hbar\omega_x + (l' - l)\hbar\omega_y \pm \\ &\pm \hbar\omega_0 + \hbar\Omega + \frac{\Delta}{2} \cos k_z d, \end{aligned} \quad (23)$$

$$a_\pm^2 = \frac{1}{d^2} \left(k_z d - \cos^{-1} \left(\frac{2}{\Delta} \Theta_\pm(k_z d) \right) \right)^2,$$

При выводе формулы (22) было учтено, что

$$\int_0^\infty \frac{|I_{nm'}(u)|^2 du}{u} = \frac{1}{n'-n}.$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ

Из выражения (22) видно, что коэффициент поглощения расходится всякий раз, когда выполняется условие $1 - 4\Theta_i^2/\Delta^2 = 0$. Кроме того, из того факта, что значения действительны и положительны, мы можем найти интервал энергий для допустимых значений коэффициента поглощения.

Как следует из уравнений (21-22), пики наблюдаются при определенных частотах

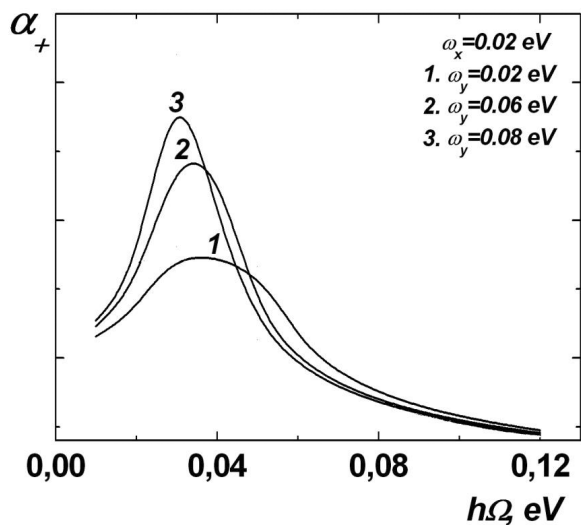


Рис. 1. Зависимость α_+ от $h\Omega$ при $h\omega_x = 0.03$ эВ и $h\omega_y = 0.02$ эВ, 0.06 эВ, 0.08 эВ.

падающего фотона. Резонансное поведение коэффициента поглощения для электрон-фононного рассеяния проявляется для частот, удовлетворяющих соотношению

$$N\hbar\omega_x + P\hbar\omega_y \pm \hbar\omega_0 = \hbar\Omega, \quad (24)$$

здесь $N = n' - n = 1, 2, 3, \dots$ и $P = l' - l = 1, 2, 3, \dots$

Из уравнения (24) следует, что в результате рассеяния электронов с подуровней, определяемых индексом $n(l)$, могут переходить на один из подуровней с индексом $n'(l')$, поглощая или испуская фотон с энергией $\hbar\Omega$ при поглощении ЛО-фонона с энергией $\hbar\omega_0$.

Уравнение (24) является основным уравнением для определения формы спектральной линии поглощения, которая позволяет анализировать резонансные эффекты в полупроводниках.

На Рис. 1 представлена зависимость α_+ от $h\Omega$ для $h\omega_x = 0.03$ эВ и $h\omega_y = 0.02$ эВ, 0.06 эВ, 0.08 эВ.

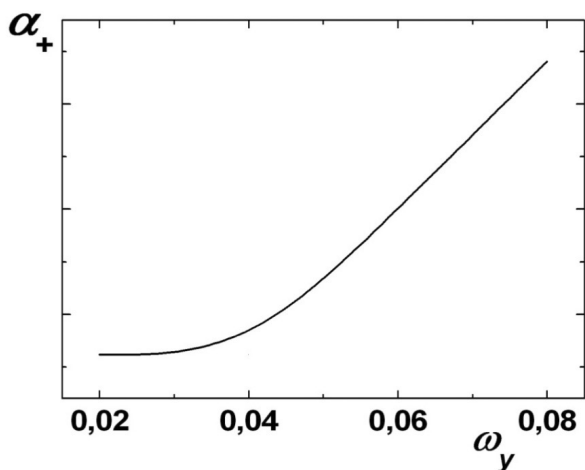


Рис. 2. Зависимость α_{+max} от ω_y при $\Delta = 0.0024$ эВ.

На Рис. 2 представлена зависимость α_{+max} от ω_y для $\Delta = 0.0024$ эВ.

Как видно, с ростом ω_y максимум α_+ растет. Значения ω_y , влияющие на изменение α_{+max} , а также частота, на которой оно достигается ($h\Omega$), смещаются в сторону малых частот.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы рассчитали поглощение свободными носителями электромагнитного излучения с полярными и неполярными оптическими фононами. Отметим, что суммирование в уравнении (21) по размерным подуровням содержит вклады трех типов: (i) $n' \neq n, l' = l$, (ii) $n' = n, l' \neq l$ и (iii) $n' \neq n, l' \neq l$. Исходя из правил отбора, возможны три следующих перехода при рассеянии электронов на полярных оптических фононах: (1) переход между размерными подуровнями только в x -направлении, (2) переход между размерными подуровнями только в y -направлении, (3) переход между размерными подуровнями как в x -направлении, так и y -направлении.

Из уравнения (22) следует, что для рассеяния электрона на неполярных оптических фононах возможен только один переход – переход, обусловленный размерными подуровнями как для x -направления, так и для y -направления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Esaki I, Tsu R. Superlattice and negative differential conductivity in semiconductors. *IBM J. Res. Dev.*, 1970, 14:61-65.
2. Eaves L, Sheard FW, Toombs GAT. *Band Structure Engineering in Semiconductor Microstructures*. New York, Plenum, 1989, 400 p.
3. Mendez EE. *Interfaces, Quantum Wells, and Superlattices*. New York, Plenum, 1989, 403p.
4. Suris RA, Dmitriev IA. Bloch oscillations in quantum dot superlattices. *UFN*, 2003, 46(7):769.
5. Imran A, Jiang J, Eric D, Zahid MN, Yousaf M, Shah Z. Optical properties of InAs/GaAs quantum dot superlattice structures. *Results in Physics*, 2018, 9:297-302.
6. Hiura S, Itabashi K, Takeishi K, Takayama J, Kiba T, Murayama A. Quantum spin transport to semiconductor quantum dots through superlattice. *Applied Physics Letters*, 2019, 114:072406.
7. Eric D, Jiang J, Imran A, Zahid MN, Khan AA. Effects of quantum confinement on

- optical properties of InN/GaN quantum dots. *Conference: Applied Optics and Photonics China*, 2019, vol. 11336. Beijing, China.
8. Shu WM, Lei XL. Miniband transport in semiconductor superlattices in a quantized magnetic field. *Phys. Rev. B*, 1994, 50:17378.
 9. Lee SC. Optically Detected Spin-Magnetophonon. *J. Korean Phys. Soc.*, 2007, 51:1973.
 10. Lee SC. Electrophonon Resonance in Quantum-Dot Superlattices. *J. of Korean Phys. Soc.*, 2008, 52:1081.
 11. Kang DS, Lee SC, Kim SW. Magnetophonon Resonance by Quantum Size Effects in n-Ge-based and n-GaAs-based Quantum-dot Superlattices. *Journal of the Korean Physical Society*, 2010, 57:760.
 12. Ermakov VA, Clemente da Silva Filho JM, Bonato LG, Vardhan Mogili NV, Montoro FE, Iikawa F, Nogueira AF, Cesar CL, Jiménez-Villar E, Chagas Marques F. Three-Dimensional Superlattice of PbS Quantum Dots in Flakes. *ACS Omega*, 2018, 3:2027.
 13. Quang Bau N. Do Tuan Long Journal of Science: Impact of confined LO- phonons on the Hall effect in doped semiconductor superlattices. *Advanced Materials and Devices*, 2016, 1:209.
 14. Hong-Jing X, Chuan-Yu Ch, Ben-Kun M. The bound polaron in a cylindrical quantum well wire with a finite confining potential. *J. Phys.: Condens. Matter*, 2000, 12:8623.
 15. Hong-Jing X, Chuan-Yu Ch, Ben-Kun M. Bound polaron in a cylindrical quantum wire of a polar crystal. *Phys. Rev. B*, 2000, 61:4827.
 16. Dumke WP. Quantum theory of free carrier absorption. *Phys. Rev.*, 1961, 124:1813.
 17. Seeger K. *Semiconductor Physics: An Introduction*, Springer Series in Solid State Sciences. 9th ed. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 2004, 538p.
 18. Spector HN. Free-carrier absorption in quasi-two-dimensional semiconducting structures. *Phys. Rev. B*, 1983, 28:971.
 19. Adamska H, Spector HN. Free-carrier absorption from electrons in confined systems. *J. Appl. Phys.*, 1986, 59:619.
 20. Wu CC, Lin CJ. Free-carrier absorption in n-type piezoelectric semiconductor films. *J. Phys.: Condens. Matter*, 1994, 6:10147.
 21. Adamska H, Spector HN. Free carrier absorption in quantum well structures for polar optical phonon scattering. *J. Appl. Phys.*, 1984, 56:1123.
 22. Kubakaddi SS, Mulimani BG. Free-carrier absorption in semiconducting quantum well wires for nonpolar optical phonon scattering. *J. Appl. Phys.*, 1988, 63:1799.
 23. Kubakaddi SS, Mulimani BG. Free-carrier absorption in semiconducting quantum well wires. *J. Phys. C: Solid State. Phys.*, 1985, 18:6647.
 24. Ibragimov GB. Intersubband optical absorption in parabolic quantum wires under a tilted magnetic field. *Phys. stat. sol. (b)*, 2004, 241:1923.
 25. Ibragimov GB. Free-carrier magnetoabsorption in quantum well wires. *J. Phys.: Condens. Matter*, 2003, 15:8949.
 26. Ibragimov GB. Free-carrier magnetoabsorption in quantum well structures. *Ukr. J. Phys.*, 2003, 48:527.
 27. Ibragimov GB, Huseyin D, Halil Y. Confined LO phonon limited free carrier absorption in quantum well wires. *Semiconductor Physics, Quantum Electronics & Optoelectronics*, 2006, 9:12.
 28. Ibragimov GB, Ibaeva RZ. Theory of intraband absorption of electromagnetic radiation in cylindrical quantum wires. *Journal of Non-Oxide Glasses*, 2020, 12:4.
 29. Shorokhov AV, Margulis VA. Intraband resonance scattering of electromagnetic radiation in anisotropic quantum dots. *Nanosystems: Physics, Chemistry, Mathematics*, 2010, 1:178.
 30. Khoa DQ, Hieu NN, Bich TN, Phuong Le TT, Hoi BD, Tran PTL, Quach KQ, Nguyen CV, Phuc HV. Magneto-optical absorption in quantum dot via two-photon absorption process. *Optik*, 2018, 173:263.
 31. George B. Arfken, Hans J. Weber. *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press, New York, 2001, 1182 p.

Ибрагимов Гусейн Бехбуд

д.ф.-м.н., проф.

Институт физики НАН Азербайджана

33, пр. Г.Джавида, Баку 1143, Азербайджан

E-mail: guseyn_gb@mail.ru

Ибаева Раида Забит

кандидат физических наук

Институт физики НАН Азербайджана

33, пр. Г.Джавида, Баку 1143, Азербайджан

E-mail: raidaibayeva1@gmail.com.