

DOI: 10.17725/rensit.2024.16.267

Об одном подходе к групповой навигации необитаемых подводных аппаратов

¹Щербатюк А.Ф., ²Матвиенко Ю.В., ³Кузькин В.М., ⁴Переселков С.А., ⁵Грачев В.И.

¹Институт автоматизации и процессов управления ДВО РАН, <http://www.iacp.dvo.ru/>

Владивосток 690041, Российская Федерация

²Институт проблем морских технологий им. акад. М.Д. Агеева ДВО РАН, <http://www.febras.ru/>

Владивосток 690950, Российская Федерация

³Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

Москва 119991, Российская Федерация

⁴Воронежский государственный университет, <https://www.vsu.ru/>

Воронеж 394006, Российская Федерация

⁵Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН, <http://www.cplire.ru/>

Москва 125009, Российская Федерация

E-mail: alex-scherba@yandex.ru, ymat33@yandex.ru, pereselkov@yandex.ru, grachet@cplire.ru

Поступила 07.02.2024, рецензирована 14.02.2024, принята 21.02.2024, опубликована 25.04.2024

Аннотация: Изложен один из методов навигационного обеспечения группы автономных необитаемых подводных аппаратов, выполняющих общую миссию в мелководной акватории, в состав которой входит подводный аппарат лидер с высокоточными средствами навигации. Работа всех аппаратов синхронизирована и предполагает информационное взаимодействие между ними. Определение координат каждого аппарата строится на основе измерения дальностей между ними и аппаратом лидером. Рассмотрен алгоритм оценивания местоположения отдельных аппаратов. Приведены результаты численного моделирования, подтверждающие работоспособность и требуемую точность рассмотренного алгоритма.

Ключевые слова: навигационное обеспечение, подводный аппарат, численное моделирование, фильтр частиц

УДК 004.052.34

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-61-10024, <https://rscf.ru/project/23-61-10024/>.

Для цитирования: Щербатюк А.Ф., Матвиенко Ю.В., Кузькин В.М., Переселков С.А., Грачев В.И. Об одном подходе к групповой навигации необитаемых подводных аппаратов. *РЭНСИТ: Радиозлектроника. Наносистемы. Информационные технологии*, 2024, 16(2):267-274. DOI: 10.17725/rensit.2024.16.267.

One approach for group navigation of unmanned underwater vehicles

Alexander F. Scherbatyuk

Institute of Automation and Control Processes of the FEB RAS, <http://www.iacp.dvo.ru/>

Vladivostok 690041, Russian Federation

E-mail: alex-scherba@yandex.ru

Yury V. Matvienko

M.D. Ageev Institute of Problems of Marine Technology of the FEB RAS, <http://www.febras.ru/>

Vladivostok 690950, Russian Federation

E-mail: ymat33@yandex.ru

Venedikt M. Kuz'kinProkhorov General Physics Institute of RAS, <http://gpi.ru/>

Moscow 119991, Russian Federation

*E-mail: kumiov@yandex.ru***Sergey A. Pereselkov**Voronezh State University, <https://www.vsu.ru/>

Voronezh 394006, Russian Federation

*E-mail: pereselkov@yandex.ru***Vladimir I. Grachev**Kotel'nikov Institute of Radioengineering and Electronics of RAS, <http://www.cplire.ru/>

Moscow 125009, Russian Federation

*E-mail: grachev@cplire.ru**Received Februar 07, 2024, peer-reviewed Februar 14, 2024, accepted Februar 21, 2024, published April 25, 2024*

Abstract: A method for the group navigation support of autonomous underwater vehicles performing a common mission in shallow waters, which includes a leader underwater vehicle with high-precision navigation tools, is described. The operation of all devices is synchronized and involves information interaction between them. The determination for coordinates of the vehicles is based on measuring the distances between them and the leader device. An algorithm for estimating the location of individual devices is considered. The results of numerical modeling are presented, confirming the operability and required accuracy of the considered algorithm.

Keywords: navigation software, underwater vehicle, numerical simulation, particle filter

UDC: 004.052.34

Acknowledgments: The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 23-61-10024, <https://rscf.ru/project/23-61-10024/>.

For citation: Alexander F. Scherbatyuk, Yury V. Matvienko, Venedikt M. Kuz'kin, Sergey A. Pereselkov, Vladimir I. Grachev. One approach for group navigation of unmanned underwater vehicles. *RENSIT: Radioelectronics. Nanosystems. Information Technologies*, 2024, 16(2):267-274e. DOI: 10.17725/j.rensit.2024.16.267.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ (268)
 2. АЛГОРИТМ НАВИГАЦИИ ГРУППЫ НЕОБИТАЕМЫХ АППАРАТОВ (269)
 - 2.1. ОЦЕНКА МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ АППАРАТОВ ГРУППЫ (269)
 - 2.2. ФИЛЬТРЫ ЧАСТИЦ КАК ОСНОВА АЛГОРИТМА (270)
 - 2.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА С ПРИМЕНЕНИЕМ ФИЛЬТРА ЧАСТИЦ (271)
 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ (273)
- ЛИТЕРАТУРА (274)

1. ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время для выполнения задач, связанных с подводными миссиями, большое значение придается

использованию групп автономных необитаемых подводных аппаратов (АНПА). Ценность информации, получаемой группой АНПА, существенно зависит от точности их навигационной привязки. Подходы, традиционно используемые для навигации единичного АНПА, не обеспечивают оперативной навигации для группы АНПА. Состояние вопроса о подходах, предназначенных для решения задач навигации групп АНПА, изложено в обзоре [1]. В статье описан один из приоритетных путей навигационного обеспечения группы специализированных подводных аппаратов (СПА), основанный на наличии в ней одного АНПА-лидера с

высокоточными средствами навигации для определения местоположения, угловой ориентации, скорости и глубины.

2. АЛГОРИТМ НАВИГАЦИИ ГРУППЫ НЕОБИТАЕМЫХ АППАРАТОВ

Предполагается, что АНПА и все СПА имеют синхронизированные часы, оборудованы гидроакустическими модемами и синхронно обмениваются друг с другом навигационными пакетами, содержащими метку времени излучения пакета, оценку координат подводного аппарата в момент излучения пакета, а также параметры движения АНПА. Бортовой комплекс навигационно-пилотажных датчиков каждого СПА включает недорогие датчики углового положения (датчики курса, крена и дифферента), давления для измерения глубины и оценки скорости движения относительно толщ воды. При проведении работ СПА стартуют от поверхности моря из точек с координатами, определенными посредством спутниковой навигационной системы.

Для определения координат СПА на борту АНПА путем измерения гидроакустической системой связи задержек распространения звукового сигнала между СПА и АНПА формируется информация о дальностях D_{lk} и взаимных дальностях между СПА $D_{ljk}, l, j = \overline{1, L}$, где L – число СПА, k – номер текущего шага работы навигационной системы. Соотношения, связывающие дальности и координаты АНПА (x_{Ak}, y_{Ak}, z_{Ak}) и СПА (x_{lk}, y_{lk}, z_{lk}) , имеют вид:

$$D_{lk}^2 = (x_{Ak} - x_{lk})^2 + (y_{Ak} - y_{lk})^2 + (z_{Ak} - z_{lk})^2, \quad (1)$$

$$D_{ljk}^2 = (x_{jk} - x_{lk})^2 + (y_{jk} - y_{lk})^2 + (z_{jk} - z_{lk})^2. \quad (2)$$

Для измерения дальностей в рамках одного такта работы навигационной системы все аппараты группы поочередно излучают сигнал и принимают отклики от остальных аппаратов. Обозначим через Δ временной интервал между излучениями отдельных аппаратов, тогда один такт работы занимает время $T = (L + 1)\Delta$. Пусть, например, группа локализована в районе

диаметром 600 м и включает $L = 4$ СПА. Тогда временной интервал Δ равен 0.8 с (с учетом скорости распространения звукового сигнала в воде около 1500 м/с и распространения звукового сигнала от источника к приемнику и обратно). Один такт работы описываемой навигационной системой, составляет $T = 4$ с.

2.1. Оценка местоположения аппаратов группы

Оценивание местоположения отдельных СПА на k -м шаге работы навигационного алгоритма выполняется на борту АНПА на основе решения системы уравнений (1), (2) относительно неизвестных (x_{lk}, y_{lk}, z_{lk}) с учетом ограничения

$$(x_{l(k-1)}, y_{l(k-1)}, z_{l(k-1)}) \in R_{l(k-1)}, \quad (3)$$

где $R_{l(k-1)}$ – область неопределенности местоположения l -го СПА, сформированная на $(k - 1)$ -м шаге навигационного алгоритма. Она представляет собой область с центром в точке $(\hat{x}_{l(k-1)}, \hat{y}_{l(k-1)}, \hat{z}_{l(k-1)})$, рассчитанной на основе ковариационной матрицы ошибок $Q_{l(k-1)}$. Соотношение (3) связывает фактические координаты СПА $(x_{l(k-1)}, y_{l(k-1)}, z_{l(k-1)})$ с измеренными оценками координат $(\hat{x}_{l(k-1)}, \hat{y}_{l(k-1)}, \hat{z}_{l(k-1)})$, и ковариационной матрицей ошибок $Q_{l(k-1)}$, определенными на $(k - 1)$ -м шаге навигационного алгоритма.

Учитывая, что глубина всех подводных аппаратов измеряется с требуемой точностью, для простоты ограничимся рассмотрением движения АНПА и СПА в горизонтальной плоскости на одинаковой глубине. В начальный момент времени все СПА находятся на поверхности и их координаты определяются с помощью спутниковой навигационной системы с известной ошибкой σ_1 . Фактические координаты l -го СПА $(x_l(t), y_l(t))$ связаны с фактическими значениями модуля скорости $u_l(t)$ и курса $\varphi_l(t)$ кинематическими уравнениями

$$x'_l(t) = u_{lx}(t), \quad y'_l(t) = u_{ly}(t), \quad (4)$$

$$u_{lx}(t) = u_l(t) \cos \varphi_l(t), \quad u_{ly}(t) = u_l(t) \sin \varphi_l(t). \quad (5)$$

Измеренные и фактические значения параметров СПА связаны соотношениями

$$u_{ix}(t) = (\hat{u}_l(t) - \xi_u) \cos(\hat{\phi}_l(t) - \xi_\varphi) + w_x(t), \quad (6)$$

$$u_{iy}(t) = (\hat{u}_l(t) - \xi_u) \sin(\hat{\phi}_l(t) - \xi_\varphi) + w_y(t), \quad (7)$$

$$w^2(t) = w_x^2(t) + w_y^2(t). \quad (8)$$

где $\hat{u}_l(t)$ и $\hat{\phi}_l(t)$ измерения скорости и курса СПА; ξ_u и ξ_φ – случайные ошибки измерения относительной скорости и курса СПА; $w(t)$ – скорость течения в районе работ.

Задача заключается в получении оценок местоположения каждого СПА при условии, что измерения дальностей в уравнениях (1), (2) содержат систематические и случайные ошибки, связанные с неточными знаниями скорости распространения звукового сигнала в воде (\bar{c}, ξ_c) и времени прихода сигнала ($\bar{\tau}_l, \xi_\tau$) Фактические и измеренные значения дальностей равны

$$D_l = c\tau_l, \hat{D}_l = \hat{\tau}_l \hat{c}, \quad (9)$$

где $\tau_l = \hat{\tau}_l - \bar{\tau}_l - \xi_\tau$, $c = \hat{c} - \bar{c} - \xi_c$. В промежутках времени между тактами работы гидроакустической системы связи, когда осуществляется формирование текущих навигационных сигналов, выполняется счисление координат СПА. Перемещение СПА рассчитывается на основе данных о его скорости и курсе, передаваемых им на каждом такте работы в АНПА. Примем, что углы дифферента и крена малы и их погрешностями можно пренебречь. Для определения перемещений группы подводных аппаратов используется система координат, в которой оси OX , OY и OZ направлены соответственно на север, восток и вертикально вниз.

Проиллюстрируем сказанное на одном такте работы навигационной системы для случая с четырьмя СПА, который включает пять циклов опроса. Так как излучения сигналов разными подводными аппаратами выполняются с интервалом Δ , то уравнения, связывающие дальности и координаты подводных аппаратов при излучении АНПА и отдельными СПА, имеют вид

$$D_{lk}^2 = (x_{Ak} - x_{lk0\Delta})^2 + (y_{Ak} - y_{lk0\Delta})^2 \quad (10)$$

– для излучения АНПА,

$$D_{ijk}^2 = (x_{jkl\Delta} - x_{ikl\Delta})^2 + (y_{jkl\Delta} - y_{ikl\Delta})^2 \quad (11)$$

– для излучения l -го СПА, $l = \overline{1,4}$. Здесь нижние индексы 0Δ и $l\Delta$ обозначают моменты времени $(k-1)T + \Delta$ и $(k-1)T + (l+1)\Delta$. В (10), (11) предполагается, что перемещения подводных аппаратов в рамках цикла опроса от момента излучения до момента приема сигнала незначительны и ими можно пренебречь.

В первом цикле k -го такта работы опрос выполняет АНПА. К моменту его окончания АНПА получает от всех СПА отклики с временными задержками τ_{lk} , по которым рассчитываются дальности от АНПА до СПА $-D_{lk} = c\tau_{lk}$, которые связаны с координатами АНПА и СПА соотношениями (1), (2). Далее опрос выполняют поочередно СПА, при этом они за время каждого цикла Δ перемещаются. В результате получаем соотношения, связывающие координаты СПА в момент опроса с дальностями

$$D_{ijk}^2 = \left[(x_{jk} - x_{ik}) + l\Delta(u_{jk} \cos \varphi_{jk} - u_{ik} \cos \varphi_{ik}) \right]^2 + \left[(y_{jk} - y_{ik}) + l\Delta(u_{jk} \sin \varphi_{jk} - u_{ik} \sin \varphi_{ik}) \right]^2, \quad (12)$$

где $l, j = \overline{1,4}$, $l \neq j$. Таким образом, согласно (1), (2) и (12), имеется 16 квадратных уравнений с 8 неизвестными (x_{lk}, y_{lk}) которые линейризуются относительно неизвестных. Кроме того, имеются ограничения на допустимую область решений (3).

2.2. Фильтры частиц как основа алгоритма

Предположим, что случайные погрешности всех измерений являются независимыми, с известными плотностями распределения, не обязательно гауссовскими. В последнее время для оценивания местоположения мобильных объектов, в том числе и АНПА, все шире используются варианты фильтра частиц [2]. Алгоритм на его основе работоспособен в нелинейных и негауссовских средах. Рассмотрим использование фильтра частиц для оценивания местоположения l -го СПА. В начале работы координаты точки старта СПА совпадают с координатами (x_{l1}, y_{l1}) , полученными с помощью спутниковой навигационной системой и центр облака частиц располагается в указанной точке.

Предположим, что для оценки местоположения СПА используется I частиц и в начальный момент времени частицы распределены равномерно в круговой области радиуса σ_1 , а вес всех частиц p_i одинаков и равен $1/I$. Вес частицы определяет вероятность того, что координаты данной частицы совпадают с координатами СПА.

Такт работы алгоритма оценивания на основе фильтра частиц включает два этапа – предсказание (экстраполяция) и коррекция координат. На этапе экстраполяции выполняется расчет вектора состояния $(\hat{x}_{lk}, \hat{y}_{lk})$. Для этого используются полученные на предыдущем шаге оценки $(\hat{x}_{l(k-1)}, \hat{y}_{l(k-1)})$. Предсказанные местоположения подводных аппаратов в начале текущего такта в момент времени $t = Tk$ формируются с учетом перемещения за время такта. Для ситуации, когда в течение такта скорость и курс СПА u_l и φ_l постоянные, получаем

$$\hat{x}_{lk} = \hat{x}_{l(k-1)} + T\hat{u}_l \cos \hat{\varphi}_l, \quad \hat{y}_{lk} = \hat{y}_{l(k-1)} + T\hat{u}_l \sin \hat{\varphi}_l. \quad (13)$$

На этапе предсказания область неопределенности R_{lk} местоположения l -го СПА на k -м шаге работы навигационного алгоритма формируется с учетом $R_{l(k-1)}$, полученной на $(k-1)$ -м шаге и возможного перемещения СПА на k -м шаге за время T .

На этапе коррекции, после измерения на k -м шаге работы гидроакустической системой связи времени прихода сигналов, выполняется расчет координат частиц на основе решения уравнений (1), (2) и (12). Далее выполняется коррекция весов частиц [2]. Рассчитываются приращения весов частиц Δp_{lki} , учитывающие степень несоответствия координат частиц полученным измерениям дальностей до них. Новые полученные веса частиц p_{lki} нормализуются в соответствии с условием $\sum p_{lki} = 1$. После этого, по мере необходимости, выполняется регенерация частиц. Только небольшое число частиц будет иметь веса, отличные от нуля. Большинство частиц вырождаются, их веса уменьшаются и становятся пренебрежимо малыми. Частицы, имеющие малые веса, удаляются, и вместо них создаются новые частицы, которые распределяются в некоторой области вокруг

оставшихся частиц пропорционально их весам. Затем веса всех частиц из вновь сформированного облака нормализуются.

Оценка местоположения l -го СПА на k -м такте формируется либо на основе координат частицы с максимальным весом, превышающим заданный порог, либо посредством вычисления среднего значения координат всех частиц (x_{jlk}, y_{jlk})

$$\hat{x}_{lk} = \sum_{i=1}^I x_{lki} p_{lki}, \quad \hat{y}_{lk} = \sum_{i=1}^I y_{lki} p_{lki}. \quad (14)$$

Для оценки точности полученного решения на k -м шаге работы алгоритма применяется ковариационная матрица ошибок Q_k , которая для облака частиц $X_{lki} = (x_{lki}, y_{lki})$ равна

$$Q_k = \sum_{i=1}^I p_{lki} (X_{lki} - \hat{X}_{lk})(X_{lki} - \hat{X}_{lk})^T. \quad (15)$$

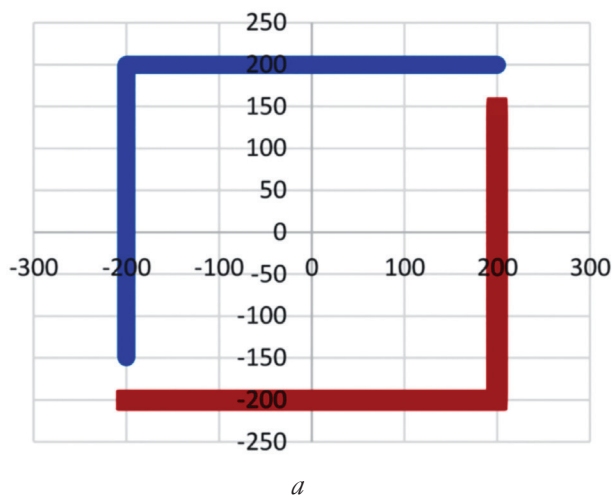
Она характеризует степень разброса облака частиц относительно полученной оценки местоположения подводного аппарата. Область R_{lk} формируется на этапе коррекции на основе $R_{l(k-1)}$ с использованием ковариационной матрицы Q_k .

2.3. МОДЕЛИРОВАНИЕ АЛГОРИТМА С ПРИМЕНЕНИЕМ ФИЛЬТРА ЧАСТИЦ

Оценка точности и работоспособности навигационного алгоритма определения местоположения СПА выполнена в рамках численного моделирования с применением фильтра частиц (ФЧ). Модельные эксперименты выполнены в среде IDLE (Python 3.12 64-bit). Рассмотрена ситуация, когда в состав группы входят АНПА лидер и четыре СПА. Период ГАНС составлял 1 сек, число циклов ГАНС в рамках одного такта излучения всеми АНПА – 5. Скорость распространения звукового сигнала 1500 м/с.

При реализации работы ФЧ использовалось 1000 частиц, которые при инициализации равномерно распределялись в области неопределенности. На этапе коррекции в каждом такте определялись частицы, в сумме доставляющие вероятность 0.90, рассчитывалась занимаемая ими прямоугольная область и в нее случайным образом с равномерным распределением добавлялись

Программные траектории движения СПА1 и СПА3



Программные траектории движения СПА2 и СПА4

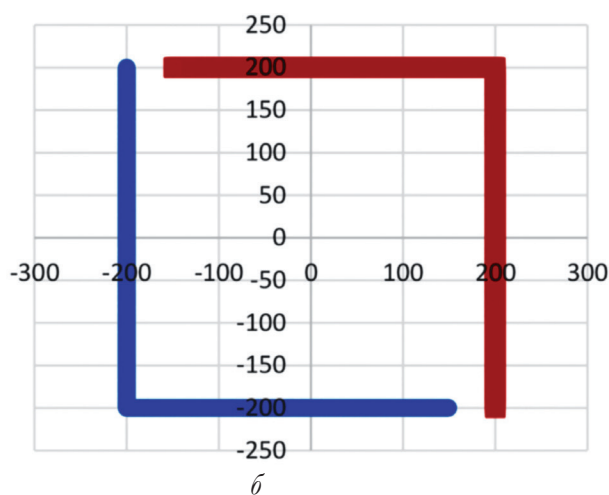


Рис. 1. Программные траектории движения СПА1-4 в течении 150 тактов работы системы.

недостающие частицы. При расчете невязок по дальностям данные от АНПА учитывались с большим коэффициентом по сравнению с СПА так как местоположение АНПА определялось с более высокой точностью по сравнению с СПА.

Полагалось, что АНПА расположен в начале системы координат и неподвижен. Начальное местоположение, скорость и курс СПА 1 (-200 м, -200 м, 1.0 м/с, 0.0 град.), СПА 2 (200 м, -200 м, 1.0 м/с, 90.0 град.), СПА 3 (200 м, 200 м, 1.0 м/с, 180.0 град.), СПА 4 (-200 м, 200 м, 1.0 м/с, 270.0 град.).

В процессе моделирования выполнялось оценивание местоположения СПА 4 на основе данных бортовой системы счисления пути и взаимных измерений дальностей на основе ГАНС между АНПА и СПА 1-4. Области неопределенности местоположения СПА1, СПА2 и СПА3 представляли собой окружности с диаметром 15 метров относительно текущего программного значения каждого СПА в процессе всего эксперимента. Случайная ошибка определения скорости СПА1-4 лежала в диапазоне (0, 0.1) м/с, случайная ошибка определения курса СПА1-4 находилась в интервале (0, 1.0) град. Ошибка скорости распространения звукового сигнала в воде была принята равной 15 м/с.

На Рис. 1 приведены программные траектории СПА1-4 (движение против часовой стрелки) в течении 150 тактов работы системы, которые используются при патрулировании границы заданного района. Дальности между программными положениями АНПА и СПА1-4 в течении 150 тактов работы системы показаны на Рис. 2. Ошибка оценивания местоположения СПА1-3 (ряд 1-3) в течении 150 тактов работы системы изображены на Рис. 3.

Моделирование выполнялось методом Монте-Карло, при этом каждый эксперимент выполнялся в цикле по 100 раз с разными случайными ошибками и на основе полученных результатов рассчитывались

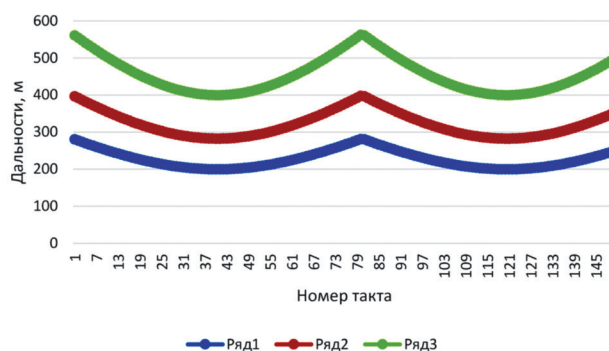


Рис. 2. Дальности между программными положениями АНПА и СПА1-4 (ряд 1), соседними СПА (ряд 2) и не соседними СПА (ряд 3) в течении 150 тактов работы системы.

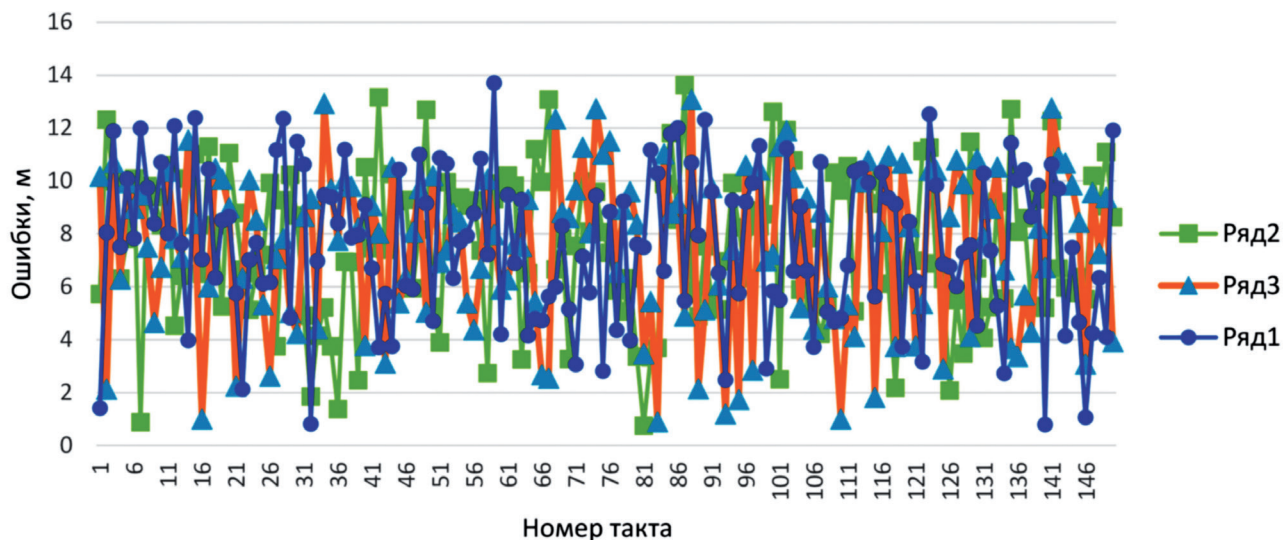


Рис. 3. Ошибка оценивания местоположения СПА1-3 (ряд 1-3) в течении 150 тактов работы системы.

среднее значение и дисперсия. В указанном эксперименте среднее значение ошибки определения местоположения СПА 4 составило 5.15 м, среднее квадратическое отклонение – 2.73 м, среднее значение ошибки определения скорости составило 0.011 м/с и ее среднее квадратическое отклонение – 0.014 м/с.

На Рис. 4 изображена траектории движения СПА4 с отмеченными точками его местоположения в течении 150 тактов работы

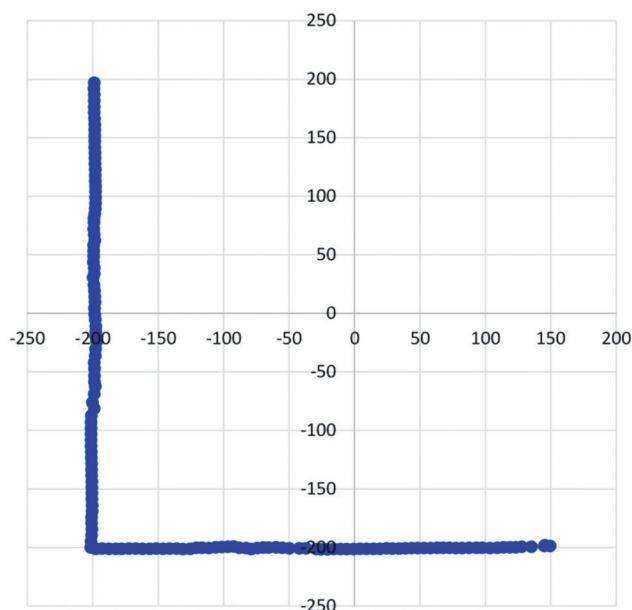


Рис. 4. Оценка траектории движения СПА4 в течении 150 тактов работы системы.

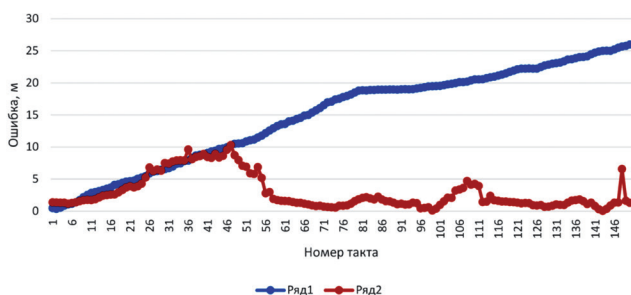


Рис. 5. Ошибка оценивания положения СПА4 с коррекцией (ряд 2) и без нее (ряд 1) в течении 150 тактов работы системы.

системы, которая была получена в одном из экспериментов. Пройденный путь составил около 750 метров и время в пути – около 12.5 минут. Ошибки оценивания траектории движения СПА4 в течении 150 тактов работы системы с коррекцией и без нее показаны на Рис. 5. Из приведенных графиков следует, что ошибка определения местоположения СПА4 без коррекции за указанное время движения составляет около 30 метров, а с коррекцией не превышает 10 метров.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрен алгоритм навигационного обеспечения группы специализированных подводных аппаратов, основанный на наличии в ней одного лидера группы автономных необитаемых подводных аппаратов с высокоточными навигационными

средствами определения местоположения, угловой ориентации, скорости и глубины. Для позиционирования, навигации и отслеживания местоположения подвижных объектов использовался вариант фильтра частиц. Представлены результаты численного моделирования, подтверждающие работоспособность и требуемую точность рассматриваемого алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ваулин ЮВ, Дубровин ФС, Щербатюк ДА, Щербатюк АФ. О методах обеспечения навигации группы АНПА: краткий обзор. *Подводные исследования и робототехника*, 2019, 4(30):27-36; doi: 10.25808/24094609.2019.30.4.004.
2. Gustafsson F, Bergman N, Forssell U, Jansson J, Karlsson R, Nordlund P-J. Particle filters for positioning, navigation and tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2):425–437; doi: 10.1109/78.978396.

Щербатюк Александр Федорович

д.т.н., член-корреспондент РАН

Институт автоматизации и процессов управления
ДВО РАН

5а, ул. Радио, Владивосток 690041, Россия

E-mail: alex-scherba@yandex.ru

Матвиенко Юрий Викторович

д.т.н.

Институт проблем морских технологий им.
акад. М.Д. Агеева ДВО РАН

5а, ул. Суханова, Владивосток 690950, Россия

E-mail: yumat33@yandex.ru

Кузькин Венедикт Михайлович

д.ф.-м.н.

ИОФ им. А.М. Прохорова РАН

38, ул. Вавилова, Москва, Россия

E-mail: kumiov@yandex.ru

Пересёлков Сергей Алексеевич

д.ф.-м.н.

Воронежский государственный университет

1, Университетская пл., Воронеж 394006, Россия

E-mail: pereselkov@yandex.ru

Грачев Владимир Иванович

к.ф.-м.н., с.н.с.

ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН

11/7, ул. Моховая, Москва 125009, Россия

E-mail: grachev@cplire.ru.