

DOI: 10.17725/rensit.2024.16.275

Акустический пограничный слой твёрдой абсолютно теплопроводной поверхности

¹Легуша Ф.Ф., ²Кузькин В.М., ³Разрезова К.В., ⁴Переселков С.А.

¹Санкт-Петербургский государственный морской технический университет, <https://www.smtu.ru/>
Санкт-Петербург 190121, Российская Федерация

²Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, <http://www.gpi.ru/>
Москва 119991, Российская Федерация

³Звукоизоляционные Европейские Технологии, <https://soundguard.ru/>
Санкт-Петербург 195027, Российская Федерация

⁴Воронежский государственный университет, <https://www.vsu.ru/>
Воронеж 394006, Российская Федерация

E-mail: legusha@smtu.ru, kumion@yandex.ru, kv_neveselova@mail.ru, pereselkov@yandex.ru

Поступила 16.03.2024, рецензирована 19.03.2024, принята 20.03.2024, опубликована 25.04.2024

Представлена действительным членом РАЕН В.В. Колесовым

Аннотация: В работе представлены результаты анализа теоретических описаний формирования акустического пограничного слоя вблизи твёрдой абсолютно теплопроводной поверхности, полученных Г. Кирхгофом и Л.Д. Ландау. В обоих случаях акустический пограничный слой формируют неоднородные вязкие и тепловые волны в пристеночном слое жидкой среды, контактирующей с поверхностью твёрдого тела, от которой отражается плоская бегущая звуковая волна. На основании анализа можно сделать выводы: анализируемые решения задач являются физически обоснованными, независимыми и дополняющими друг друга. При формировании акустического пограничного слоя вязкие и тепловые волны возбуждаются синхронно парами. Внутри акустического пограничного слоя каждая пара неоднородных волн распространяется навстречу друг другу. Неоднородные волны зарождаются на параллельных поверхностях, ограничивающих объём акустического пограничного слоя. Проведён анализ процесса трансформации тепловых волн в дополнительные одномерные неоднородные волны, появление которых в пограничном слое предсказано Г. Кирхгофом. Показано, что при взаимодействии с поверхностью тела бегущей звуковой волны в звуковом диапазоне частот эти волны не влияют на процесс формирования пограничного слоя. Уточнены выражения, позволяющие провести численную оценку плотности мощности тепловыделения в пограничном слое. Получена формула, позволяющая определить долю энергии звуковой волны, которая поглощается в акустическом пограничном слое. На практике полученные в статье результаты могут быть использованы, например, в аэроакустике для оценки диссипативных свойств поверхностей твёрдых тел.

Ключевые слова: звуковая волна, поверхность твёрдого абсолютно теплопроводного тела, вязкая волна, тепловая волна, акустический пограничный слой, диссипация энергии

УДК 534.21

Благодарности: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-61-10024, <https://rscf.ru/project/23-61-10024/>.

Для цитирования: Легуша Ф.Ф., Кузькин В.М., Разрезова К.В., Переселков С.А. Акустический пограничный слой твёрдой абсолютно теплопроводной поверхности. *РЭНСИТ: Радиоэлектроника. Наносистемы. Информационные технологии*, 2024, 16(2):275-290. DOI: 10.17725/rensit.2024.16.275.

Acoustic boundary layer of a solid absolutely thermally conductive surface

Fedor F. Legusha

St. Petersburg State Marine Technical University, <https://www.smtu.ru/>

St. Petersburg 190121, Russian Federation

E-mail: legusha@smtu.ru

Venedikt M. Kuz'kin

A.M. Prokhorov General Physics Institute RAS, <http://www.gpi.ru/>

Moscow 119991, Russian Federation

E-mail: kumiov@yandex.ru

Kseniya V. Razrezova

Soundproof European Technologies, <https://soundguard.ru/>

St. Petersburg 195027, Russian Federation

E-mail: kv_neveselova@mail.ru

Sergey A. Pereselkov

Voronezh State University, <https://www.vsu.ru/>

Voronezh 394006, Russian Federation

E-mail: pereselkov@yandex.ru

Received March 16, 2024, peer-reviewed March 19, 2024, accepted March 20, 2024, published April 25, 2024

Abstract: The paper presents the analysis results of formation theoretical descriptions of an acoustic boundary layer near solid absolutely thermally conductive surface, obtained by G. Kirchhoff and L.D. Landau. In both cases, the acoustic boundary layer is formed by inhomogeneous viscous and thermal waves in the wall layer of a liquid medium in contact with the surface of a solid body, from which a plane traveling sound wave is reflected. Based on the analysis, conclusions can be drawn: the analyzed problem solutions are physically sound, independent and complementary to each other. During the formation of an acoustic boundary layer, viscous and thermal waves are excited synchronously in pairs. Inside the acoustic boundary layer, each pair of inhomogeneous waves propagates towards each other. Inhomogeneous waves originate on parallel surfaces that limit the volume of the acoustic boundary layer. The analysis of the process of transformation of heat waves into additional one-dimensional inhomogeneous waves, the appearance of which in the boundary layer was predicted by G. Kirchhoff. It is shown that when interacting with the surface of the body of a traveling sound wave in the sound frequency range, these waves do not affect the formation of the boundary layer. The expressions allowing for a numerical estimation of the heat dissipation power density in the boundary layer are refined. A formula has been obtained that allows us to determine the proportion of the energy of the sound wave that is absorbed in the acoustic boundary layer. In practice, the results obtained in the article can be used, for example, in aeroacoustics to assess the dissipative properties of solid surfaces.

Keywords: sound wave, surface of a solid absolutely thermally conductive body, viscous wave, heat wave, acoustic boundary layer, energy dissipation

UDC 534.21

Acknowledgments: The study was supported by the Russian Science Foundation grant No. 23-61-10024, <https://rscf.ru/project/23-61-10024/>.

For citation: Fedor F. Legusha, Venedikt M. Kuz'kin, Kseniya V. Razrezova, Sergey A. Pereselkov. Acoustic boundary layer of a solid absolutely thermally conductive surface. *RENSIT: Radioelectronics. Nanosystems. Information Technologies*, 2024, 16(2):275-290e. DOI: 10.17725/j.rensit.2024.16.275.

СОДЕРЖАНИЕ

1. ВВЕДЕНИЕ (277)
 2. НЕОДНОРОДНЫЕ ВОЛНЫ, ФОРМИРУЮЩИЕ АКУСТИЧЕСКИЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ (279)
 3. СВОЙСТВА НЕОДНОРОДНЫХ ВЯЗКИХ И ТЕПЛОВЫХ ВОЛН (280)
 4. АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТВЁРДОЙ АБСОЛЮТНОЙ ТЕПЛОПРОВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ (282)
 5. СТРУКТУРА АКУСТИЧЕСКОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ (284)
 6. ТРАНСФОРМАЦИЯ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ В НЕОДНОРОДНУЮ ВОЛНУ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ (285)
 7. ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ В АКУСТИЧЕСКОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ (286)
 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ (288)
- ЛИТЕРАТУРА (289)

1. ВВЕДЕНИЕ

Основы теории акустического пограничного слоя (АПС) были разработаны Г. Кирхгофом. В 1868 году он опубликовал статью [1], в которой впервые была рассмотрена задача о взаимодействии звуковой волны, распространяющейся в газе, с плоской бесконечной поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела. При этом было показано, что АПС формируется в слое жидкой среды, находящейся вблизи поверхности твёрдого тела. Основу АПС составляют неоднородные вязкие и тепловые волны, которые возбуждаются при взаимодействии звуковой волны с поверхностью твёрдого тела.

Дальнейшее развитие теории АПС получила в работе Б.П. Константинова, в которой представлена методика расчёта акустического поля, которое формируется в жидкой среде в результате отражения бегущей звуковой волны от бесконечной плоской поверхности твёрдого абсолютно теплопроводного тела. В статье [2] показано, что в результате возбуждения АПС, коэффициент отражения звуковой волны по давлению становится комплексной величиной, зависящей от частоты звуковой волны, а также появляется разность фаз между падающей и отражённой звуковыми волнами. При любых углах падения звуковой волны происходит диссипация энергии волны, обусловленная процессами затухания вязких и тепловых волн в АПС. Б.П. Константинов также показал, что

за пределами АПС физические процессы, протекающие в нём, не влияют на процесс взаимодействия между собой падающей и отражённой от поверхности звуковых волн. Кроме того, формирующийся АПС не влияет на закон отражения звуковой волны от поверхности твёрдого тела.

В ходе исследований, представленных в работе [1], Г. Кирхгоф указывает на возможные области применения разработанной им теории в акустике. Например, он решил задачу о распространении и затухании бегущей звуковой волны с плоским фронтом в цилиндрической трубе с твёрдыми абсолютно теплопроводными стенками. Формула для расчёта частотной зависимости пространственного коэффициента затухания (ПКЗ) бегущей звуковой волны, полученная в ходе решения этой задачи, до сих пор используется в аэродинамике. Было также показано, что диссипация энергии в АПС у стенок узких труб достаточно велика и должна влиять на скорость распространения фронта звуковой волны, бегущей в трубе.

В декабре 1867 года А. Кундт опубликовал работу [3,4], в которой впервые экспериментально установил факт замедления скорости распространения фронта звуковой волны нулевого порядка. Исследования А. Кундт проводил на узких стеклянных трубах, имеющих различные диаметры. В результате исследований было показано, что скорость звука в воздухе, находящемся в трубе, меньше скорости звука в свободном воздушном пространстве и становится зависящей от частоты. При этом было установлено, что скорость звука тем меньше, чем меньше радиус трубы и чем ниже частота звуковой волны.

Экспериментальные данные, полученные А. Кундтом, были использованы Г. Кирхгофом для проверки разработанной им теории. Для этого он рассмотрел задачу о замедлении скорости движения фронта плоской звуковой волны, бегущей в цилиндрической трубе с твёрдыми абсолютно теплопроводными стенками. В результате этого исследования Г. Кирхгоф получил выражение для расчёта частотной зависимости скорости звука в цилиндрических трубах с твёрдыми абсолютно теплопроводными стенками.

Сопоставление результатов расчётов скоростей звука в воздухе, заполняющем трубы, выполненных с использованием формулы Г. Кирхгофа, с экспериментальными данными, полученными А. Кундтом, позволило установить следующее. Формула Г. Кирхгофа правильно предсказывает тенденцию изменения скорости звука в газе при изменениях частоты звуковой волны и радиуса трубы. Однако, во всём диапазоне частот теоретические значения скорости звука превышали результаты измерений. Причины расхождения результатов расчёта и измерений в статье [1] не установлены.

Выяснение причин такого расхождения результатов расчёта и экспериментальных данных требует проведения дополнительных исследований особенностей формирования АПС. Для этого было решено повторить эксперимент А. Кундта с использованием современной акустической аппаратуры. При подготовке к эксперименту было учтено следующее обстоятельство. В работах [5-7] было показано, что по условиям формирования АПС и диссипативным свойствам границы раздела сред газ-твёрдое тело, вещество которого имеет конечные значения теплофизических параметров, по акустическим характеристикам близка к границе газ-твёрдое абсолютно теплопроводное тело. На этом основании для проведения экспериментальных исследований можно использовать трубы, стенки которых изготовлены из любого существующего в природе вещества.

Для повторения эксперимента А. Кундта был изготовлен цилиндрический четвертьволновой резонатор, стенки которого выполнены из поливинилхлорида. Описание установки, условия эксперимента и его результаты представлены в работе [8]. Анализ результатов измерений позволяет сделать следующие выводы. Экспериментально подтверждается наличие частотной зависимости скорости распространения фронта нормальной звуковой волны нулевого порядка, распространяющейся в воздухе, заполняющего объём цилиндрической трубы. Формула Г. Кирхгофа для расчёта дисперсионной кривой верно предсказывает зависимость скорости звука от частоты. Разность между теоретическими и экспериментальными

значениями скорости звуков в трубе велика и возрастает по мере уменьшения частоты волны.

В исследованном диапазоне частот экспериментальные значения скорости звука также оказались меньше теоретических значений. Если предположить, что реальная диссипация энергии в АПС трубы, примерно в 2.5 раза больше диссипативных потерь, предсказываемых теорией Г. Кирхгофа, то теоретическая дисперсионная кривая смещается в область экспериментальных значений скорости звука и практически совпадает с экспериментальной дисперсионной кривой.

Полученный результат указывает на то, что в АПС твёрдой поверхности кроме диссипативного процесса, теоретическое описание которого сделал Г. Кирхгоф, должен существовать дополнительный диссипативный процесс, компенсирующий недостающее количество тепла, выделяющегося в АПС твёрдой абсолютно теплопроводной поверхности. Такой процесс действительно существует. Его описание можно найти, например, в 6 томе курса Л.Д. Ландау [9], где с общих позиций гидродинамики решается задача формирования АПС в вязких и теплопроводных жидких средах, контактирующих с поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела. При этом показано, что в рассматриваемом случае АПС также формируется за счёт возбуждения в пристеночном слое жидкости неоднородных вязких и тепловых волн.

Полученные в [9] уравнения движения вязких и тепловых волн отличаются от аналогичных уравнений неоднородных волн, используемых в теории Г. Кирхгофа [1]. В первую очередь неоднородные волны, описание которых находим в [9], имеют распределение амплитуд вдоль направления их распространения, отличающиеся от аналогичных распределений амплитуд неоднородных волн, описание которых проводится в статье [1]. Кроме того, согласно Л.Д. Ландау, неоднородные волны в его решении возбуждаются в плоскости, находящейся на расстоянии порядка толщины пограничного слоя от поверхности твёрдого тела, и распространяются вдоль нормали к поверхности тела. Неоднородные волны, описание которых приводит Г. Кирхгоф,

возбуждаются на поверхности твёрдого тела и распространяются вдоль нормали в жидкой среде от поверхности твёрдого тела.

Поля колебательных скоростей, взаимодействующих с поверхностями твёрдых абсолютно теплопроводных тел, в задачах Г. Кирхгофа и Л.Д. Ландау являются потенциальными физическими полями. На этом основании можно предположить, что обе задачи независимо друг от друга дают описание единого процесса формирования АПС. Следовательно, в процессе формирования АПС одновременно участвуют две вязкие и две тепловые волны. Учитывая эти обстоятельства необходимо исследовать влияние этой совокупности неоднородных волн на физические процессы, происходящие в АПС.

2. НЕОДНОРОДНЫЕ ВОЛНЫ, ФОРМИРУЮЩИЕ АКУСТИЧЕСКИЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ

Рассмотрим совокупность неоднородных волн, участвующих в формировании АПС вблизи поверхности твёрдого абсолютно теплопроводного тела. В статьях [1,2] показано, что в формировании АПС участвуют вязкая и тепловая волны, возбуждающиеся на поверхности физического контакта сред и распространяющиеся вглубь жидкой среды. В то же время в книге [9] находим решение задач в виде вязких и тепловых волн, зарождающихся в жидкой среде и двигающихся к поверхности твёрдого тела. Обе пары неоднородных волн существуют в жидкой среде независимо друг от друга и вносят свой вклад в формирование АПС. Для оценки физических свойств АПС, возникающего в пристеночном слое жидкой среды в результате возбуждения в ней всей совокупности неоднородных волн, рассмотрим уравнения движения этих волн. Вначале рассмотрим случай взаимодействия плоской бегущей звуковой волны с бесконечной плоской поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела, исследованный Л.Д. Ландау. Согласно решению задачи, представленного в книге [9], в результате такого взаимодействия в пристеночном слое жидкой среды возбуждается неоднородная вязкая волна:

$$u_{v11} = u_{0\eta11} \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-(1-i)x}{\delta} \right] \right\}, \quad (1)$$

где $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$ – толщина пограничного слоя; ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости; $u_{0\eta11} = 2u_m \sin \theta$ – амплитуда вязкой волны; u_m – амплитуда колебательной скорости звуковой волны, падающей на отражающую поверхность; θ – угол падения волны.

В уравнении (1) и далее везде гармонический множитель $\exp(i\omega t)$ для краткости записей опущен. Вязкая волна (1) возбуждается в плоскости $x = \Delta$, где Δ – эффективная толщина АПС (см. Рис. 1) и распространяется в отрицательном направлении оси $0x$ к поверхности твёрдого тела. Амплитуда вязкой волны $u_{0\eta11}$ равна амплитуде колебательной скорости в поле скоростей возбуждённого в жидкости за пределами АПС.

В книге [9] также находим решение задачи для случая, когда волна распространяется в теплопроводной среде. Результатом взаимодействия звуковой волны с поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела является возбуждение в пристеночном слое жидкой среды неоднородной тепловой волны, уравнение движения которой имеет вид

$$T'_{h11} = T'_{m11} \left\{ 1 - \exp \left[\frac{-(1-i)x}{\delta_T} \right] \right\}, \quad (2)$$

где $\delta_T = \sqrt{2a/\omega}$ – толщина теплового пограничного слоя; a – коэффициент температуропроводности жидкой среды; $T'_{m11} = 2T'_m$ – амплитуда тепловой волны; T'_m – амплитуда акустической добавки к температуре среды в бегущей звуковой

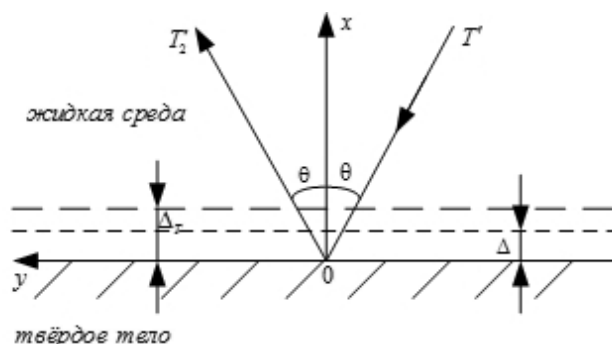


Рис. 1. Формирование акустического поля над плоской поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела.

волне, взаимодействующей с отражающей поверхностью.

Тепловая волна (2) возбуждается в плоскости $x = \Delta_T$, где Δ_T – эффективная толщина теплового пограничного слоя (см. Рис. 1) и распространяется вдоль оси $0x$ по направлению к отражающей поверхности ($x = 0$).

Отметим, что для получения выражения тангенциальной составляющей колебательной скорости, необходимого для вывода формулы (2), Л.Д. Ландау использовал распределение амплитуд вязкой волны (1) вдоль направления её распространения.

В результате решения задачи о взаимодействии звуковой волны, распространяющейся в вязкой и теплопроводной среде, с поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела Г. Кирхгоф установил, что на поверхности тела возбуждаются неоднородные волны, уравнения движения которых имеют вид, отличающийся от уравнения движения волн (1) и (2). Согласно статьям [1,2], уравнение движения вязкой волны в этом случае имеет вид

$$u_{v12} = u_{0v12} \exp\left[\frac{-(1+i)x}{\delta}\right], \quad (3)$$

где $u_{0v12} = 2u_m \sin \theta$ – амплитуда вязкой волны.

В соответствии с решением Г. Кирхгофа на поверхности твёрдого абсолютно теплопроводного тела возбуждается также и тепловая волна. Уравнение движения этой неоднородной волны имеет вид

$$T'_{h12} = T'_{m12} \exp\left[\frac{-(1+i)x}{\delta_T}\right], \quad (4)$$

где $T'_{m12} = T'_m$ – амплитуда тепловой волны.

Вязкая (3) и тепловая (4) волны зарождаются на поверхности твёрдого абсолютно теплопроводного тела в плоскости $x = 0$. Фронты волн двигаются в положительном направлении оси $0x$. Волны полностью затухают соответственно на расстояниях $x = \Delta$ и $x = \Delta_T$ от поверхности $x = 0$ (см. Рис. 1).

3. СВОЙСТВА НЕОДНОРОДНЫХ ВЯЗКИХ И ТЕПЛОВЫХ ВОЛН

Физические характеристики АПС определяются параметрами неоднородных вязких и тепловых волн, принимающих участие в его

формировании. Для установления в дальнейшем причинно-следственных связей между физическими процессами, протекающими в АПС, рассмотрим основные характеристики вязких и тепловых волн. Выражения для расчёта параметров вязких и тепловых волн, которые приводятся ниже, в основном взяты из книги [9]. К ним добавлены формулы, позволяющие рассчитать параметры, характеризующие затухание во времени колебательных процессов в вязких и тепловых волнах.

Остановимся на параметрах вязких волн. Если из выражений (1) и (3) выделить реальные части, то получим уравнение распространения вязких волн в виде:

$$u_{v12} = u_{0v1} e^{-\frac{x}{\delta}} \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta}\right), \quad (5)$$

где u_{0v1} амплитуда вязкой волны;

$$u_{v11} = u_{0v1} \left[1 - e^{-\frac{x}{\delta}} \cos\left(\omega t + \frac{x}{\delta}\right)\right]. \quad (6)$$

Вязкие волны (5) и (6) относятся к классу одномерных неоднородных поперечных волн. Волновые векторы этих волн совпадают с направлением нормали к поверхности твёрдого тела, вблизи которой они возбуждены. В вязких волнах частицы жидкой среды совершают колебания в плоскости перпендикулярной волновому вектору. Волновые векторы волн (5) и (6) направлены навстречу друг к другу.

Вязкие волны имеют следующий набор физических параметров:

– фазовая скорость волны

$$c_v = \omega \delta = \sqrt{2\omega \nu}, \quad (7)$$

– длина волны

$$\lambda_v = 2\pi\delta; \quad (8)$$

– комплексное волновое число

$$\tilde{k}_v = (1+i)/\delta; \quad (9)$$

– волновое число

$$k_v = 1/\delta, \text{ м}^{-1}; \quad (10)$$

– пространственный коэффициент затухания

$$\alpha_v = 1/\delta, \text{ м}^{-1}; \quad (11)$$

– временной коэффициент затухания

$$\beta_v = \alpha_v c_v = \omega, \text{ с}^{-1}; \quad (12)$$

– постоянная времени волны

$$\tau_v = 1/\beta_v = 0/159T, \quad (13)$$

где T – период колебания звуковой волны.

Теперь рассмотрим физические параметры неоднородных тепловых волн. Если из выражений (2) и (4) выделить реальные части, то можно написать одномерные уравнения распространения тепловых волн:

$$T'_{h12} = T'_{m1} e^{-\frac{x}{\delta_T}} \cos\left(\omega t - \frac{x}{\delta_T}\right), \quad (14)$$

где T'_{m1} амплитуда тепловой волны;

$$T'_{h11} = T'_{m1} \left[1 - e^{-\frac{x}{\delta_T}} \cos\left(\omega t + \frac{x}{\delta_T}\right) \right]. \quad (15)$$

Тепловые волны (14) и (15) относятся к классу одномерных скалярных волн. Волновые векторы этих волн совпадают с направлением нормали к поверхности твёрдого тела, в АПС которой они возбуждаются, и направлены навстречу друг другу.

Свойства тепловой волны можно охарактеризовать следующими параметрами:

– фазовая скорость

$$c_T = \omega \delta_T = \sqrt{2\omega\alpha}; \quad (16)$$

– длина волны

$$\lambda_T = 2\pi\delta_T; \quad (17)$$

– комплексное волновое число

$$\tilde{k}_T = (1+i)/\delta_T; \quad (18)$$

– волновое число

$$k_T = 1/\delta_T, \text{ м}^{-1}; \quad (19)$$

– пространственный коэффициент затухания

$$\alpha_T = 1/\delta_T, \text{ м}^{-1}; \quad (20)$$

– временной коэффициент затухания

$$\beta_T = \alpha_T c_T = \omega, \text{ с}^{-1}; \quad (21)$$

– постоянная времени волны

$$\tau_T = 1/\beta_T = 0.159T, \quad (22)$$

где T – период колебания звуковой волны.

Если сопоставить варианты записи уравнений движения вязких волн (5) и (6) с записью аналогичных уравнений для тепловых волн (14) и (15), то нетрудно заметить, что формы записи этих выражений полностью совпадают. Это связано с тем обстоятельством, что эти уравнения движения являются решениями одномерных дифференциальных уравнений типа уравнения теплопроводности. С этим также связано то, что формулы для расчёта физических параметров этих волн имеют похожие формы записи.

Здесь необходимо отметить удивительное свойство вязких и тепловых волн. Согласно

формулам (12) и (21) затухание вязких и тепловых волн во времени в любых средах не зависит от физических параметров вещества этих сред и определяется только частотой ω звуковой волны, в результате взаимодействия которой с отражающей твёрдой поверхностью появились эти вязкие и тепловые волны.

Постоянные времени всех затухающих колебательных процессов в этих неоднородных волнах определяются формулами (13) и (22). Из этих выражений видно, что значения постоянных времени также не зависят от физических параметров вещества среды, в которой вязкие и тепловые волны возбуждены. Значения постоянных времени τ_v и τ_T малы. Это позволяет считать, что вязкие и тепловые волны возбуждаются и исчезают практически в реальном времени, следуя за изменением амплитуды внешнего акустического поля. На этом основании можно считать, что в момент включения поля акустической добавки к температуре среды вязкие волны (5) и (6), а также тепловые волны (14) и (15) возбуждаются практически мгновенно и синхронно.

Вязкие и тепловые волны существуют в жидкости за счёт энергии, отбираемой у акустического поля. Эти волны сильно затухают по мере распространения их в веществе. Например, если фронт вязкой волны (5) пройдёт расстояние $x = 0.5\lambda_v$, а фронт тепловой волны (14) расстояние $x = 0.5\lambda_T$, то амплитуды этих волн уменьшатся в $\exp(\pi) = 23.1$ раза и составляют 4.3% от первоначальной величины.

Таким образом, на расстояниях $x > \pi\delta$ вязкие волны (5) и на расстояниях $x > \pi\delta_T$ тепловые волны (14) полностью затухают и уже не влияют на параметры акустического поля за пределами АПС и на поверхности твёрдого тела. На этом основании параметр $\Delta = \pi\delta$ для вязких волн и параметр $\Delta_T = \pi\delta_T$ для тепловых волн выбраны в качестве характеристических размеров соответственно толщины вязкого и теплового пограничных слоёв.

Для поддержания непрерывных колебательных процессов в вязких и тепловых волнах происходит непрерывный отбор колебательной энергии внешнего акустического поля. Эта энергия неоднородными волнами необратимо превращается в тепло, обеспечивая

процесс диссипации энергии в АПС. При формировании АПС вблизи твёрдой и абсолютно теплопроводной поверхности амплитуды вязких волн (5) и (6), а также амплитуды тепловых волн (14) и (15) попарно равны друг другу. На этом основании можно предположить, что тепловыделение в АПС твёрдой абсолютно теплопроводной границы должно быть примерно в 2 раза больше по сравнению с количеством тепла, значение которого получаем, используя раздельно теорию Г. Кирхгофа и решение Л.Д. Ландау.

Заметим, что имеются отличия в последствиях возбуждения вязких и тепловых волн в АПС. Если вязкие волны просто затухают внутри АПС, то при возбуждении тепловых волн, кроме процесса их затухания, наблюдаются дополнительные физические эффекты. Прежде всего отметим, что за счёт трансформации тепловых волн в АПС дополнительно возникают неоднородные продольные волны. Возможность появления таких волн в АПС предсказана Г. Кирхгофом в статье [1]. Физические свойства волн трансформации до сих пор не изучены. По этой причине ниже проведено исследование условий их возбуждения и основных характеристик этих волн.

Кроме того, распространение тепловых волн в веществе всегда сопровождается излучением вторичных звуковых волн. В физике это явление называется термоакустическим эффектом. Термоакустический эффект хорошо изучен. Современное теоретическое описание термоакустического эффекта можно найти в книге [9]. На этом эффекте, например, работают электротермические источники звука – термофоны. Экспериментальные исследования акустических параметров термофонов, которые представлены, например, в статьях [10-13], подтверждают существование термоакустического эффекта и показывают возможность построения на этом эффекте широкополосных поршневых источников звука. Исследования последних лет позволили установить, что при определённых условиях эти источники могут служить приёмниками акустических сигналов [14, 15].

4. АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТВЁРДОЙ АБСОЛЮТНО ТЕПЛОПРОВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Задачу о формировании акустического поля при отражении плоской бегущей звуковой волны от бесконечной поверхности твёрдого абсолютно теплопроводного тела решил Б.П. Константинов [2]. В ходе решения задачи Б.П. Константинов кроме звукового давления p и колебательной скорости u , учитывал наличие акустической добавки к температуре среды T' в бегущей звуковой волне.

Геометрия задачи показана на Рис. 1. Верхнее полупространство заполнено вязкой и теплопроводной жидкой средой. Звуковая волна падает под произвольным углом падения θ на бесконечную гладкую поверхность твёрдого абсолютно теплопроводного тела. Значения акустических параметров волны заданы. Отражающая поверхность совпадает с плоскостью $x = 0$. В исходном состоянии верхнее и нижнее полупространства неподвижны относительно введённой на Рис. 1 системы координат. Жидкая среда и твёрдое тело находятся в термодинамическом равновесии при статической температуре T_0 . Поверхность твёрдого тела непроницаема для жидкости.

Распространение плоской бегущей гармонической звуковой волны в виде акустической добавки к температуре среды описывается уравнением

$$T' = T'_m \exp[i(k_x x - k_y y)], \quad (23)$$

где T'_m – амплитуда акустической добавки к температуре среды; $k_x = k \cos \theta$; $k_y = k \sin \theta$ – проекции волнового вектора \mathbf{k} на соответствующие оси; $k = \omega / c$ – волновое число; c – скорость звука в жидкой среде; $\omega = 2\pi f$ – частота волны.

Согласно Г. Кирхгофу [1] амплитуда акустической добавки к температуре среды в бегущей звуковой волне рассчитывается при помощи выражения

$$T'_m = \frac{(\gamma - 1)}{\beta_v} \cdot \frac{u_m}{c}, \quad (24)$$

где u_m – амплитуда колебательной скорости, γ – нелинейный параметр среды, β_v – коэффициент теплового объёмного расширения среды.

Граничные условия, использованные Б.П. Константиновым для решения задачи имеют вид:

$$u_x = 0; \quad (25)$$

$$u_y = 0, \text{ by } x = 0; \quad (26)$$

$$T'_{11} = 0. \quad (27)$$

В уравнениях (25), (26) и (27) введены следующие обозначения: u_x – нормальная компонента колебательной скорости; u_y – касательная компонента колебательной скорости; T'_{11} – акустическая добавка к температуре жидкой среды в сформированном в ней акустическом поле.

Опираясь на решение задачи, представленное в работе Б.П. Константинова [2], рассмотрим особенности формирования акустического поля, возникающего над отражающей поверхностью твёрдого тела (плоскость $x = 0$, Рис. 1) при взаимодействии с ней бегущей звуковой волны (23). В качестве примера рассмотрим распределение амплитуды акустической добавки к температуре среды в этом поле. В общем случае поле акустической добавки к температуре жидкой среды имеет вид

$$T'_{11} = T'_{12} + T'_{h12}. \quad (28)$$

Компонентами скалярного уравнения (28) являются:

– акустическое поле в объёме жидкой среды

$$T'_{12} = T' + T'_2 = T'_m \left\{ \exp[i(k_x x - k_y y)] + R_p \exp[i(-k_x x - k_y y)] \right\} \quad (29)$$

где R_p – комплексный коэффициент отражения звуковой волны по давлению;

– тепловая волна (4), уравнение движения которой записано в виде

$$T'_{h12} = T'_{m12} e^{-k_T x} \cos(-k_T x - k_y y). \quad (30)$$

Если выражения (28) и (30) подставить в граничное условие (27), то для поверхности твёрдого абсолютно теплопроводного тела при $x = 0$ получим уравнение

$$T'_m (1 + |R_p|) - T'_{m12} = 0.$$

В этом уравнении учтён тот факт, что тепловая волна, возбуждающаяся на поверхности тела, включена в противофазе по отношению к внешнему акустическому полю. Следовательно, амплитуда тепловой волны (30) может быть рассчитана по формуле

$$T'_{m12} = T'_m (1 + |R_p|). \quad (31)$$

Используя результаты расчётов, имеющихся в работах [2,5], можно установить, что для газов в звуковом диапазоне частот и углах падения θ от 0° до 75° разность $1 - |R_p| \leq 0.05$. Следовательно, можно положить, что $|R_p| = 1$. В этом случае $T'_{m12} = 2T'_m$, как это было принято в формулах (2) и (4).

В ультразвуковом диапазоне частот для расчёта амплитуды тепловых волн (2) и (4) нужно применять формулу (31), в которой для оценки величины $|R_p|$ в первом приближении можно использовать выражения для комплексных коэффициентов отражения звуковой волны, полученные в работах [2,5].

Если в уравнении (29) заменить амплитуду переменной температуры T'_m величиной $u_m \sin \theta$, где u_m – амплитуда колебательной скорости в звуковой волне, падающей на поверхность, то получим распределение тангенциальной составляющей вектора колебательной скорости и акустического поля

$$u_y = u_m \sin \theta \left\{ \exp[i(k_x x - k_y y)] + R_p \exp[i(-k_x x - k_y y)] \right\}. \quad (32)$$

Выражение (32) Б.П. Константинов [2] использовал для определения амплитуды вязкой волны (3), возбуждающейся на поверхности твёрдого абсолютно теплопроводного тела. В результате расчёта получена формула

$$u_{0\eta} = u_m (1 + |R_p|). \quad (33)$$

Как и в случае тепловой волны (4), выражение (33) следует применять для расчёта амплитуды вязких волн (1) и (3) на высоких частотах.

Отметим, что уравнение (32) по форме записи совпадает с аналогичным распределением u_y , полученным в случае классического расчёта отражения звуковой волны от плоской бесконечной поверхности твёрдого тела [16]. Различие между рассматриваемыми случаями заключается в том, что в классическом случае величина коэффициента отражения R_p не зависит от частоты.

Скалярное уравнение (28) получено Г. Кирхгофом для описания тепловых процессов, происходящих внутри АПС при взаимодействии

звуковой волны с твёрдой абсолютно теплопроводной поверхностью. Тепловая волны (30), распространяющаяся в АПС, быстро затухает и за пределами АПС (при $x \geq \Delta_T$) не влияет на параметры акустического поля (29).

При углах падения звуковой волны $\theta > 0$ на отражающей поверхности возбуждается вязкая волна (3), которая также полностью затухает в АПС. За пределами АПС (при $x \geq \Delta_T$) вязкая волна (3) также не влияет на параметры акустического поля (29).

5. СТРУКТУРА АКУСТИЧЕСКОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

Рассмотрим структуру АПС, возникающего в пристеночном слое жидкой среды при взаимодействии бегущей звуковой волны с поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела. В работе Г. Кирхгофа [1] показано, что распределение колебательных скоростей звукового поля внутри АПС можно описать следующим векторным уравнением

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_{v12} + \mathbf{u}_{t12}, \quad (34)$$

где \mathbf{u} – вектор полной колебательной скорости в АПС; \mathbf{u}_1 – вектор акустического поля, возникающего в результате взаимодействия прямой и отражённой звуковых волн; \mathbf{u}_{v12} – вектор вязкой волны; \mathbf{u}_{t12} – вектор неоднородной волны, появляющейся за счёт трансформации тепловой волны (30).

Уравнения (28) и (34) образуют полную систему уравнений АПС твёрдой абсолютно теплопроводной поверхности. Эту систему уравнений совместно с граничными условиями (25), (26) и (27) использовал Б.П. Константинов для расчёта комплексного коэффициента отражения от поверхности абсолютно теплопроводной поверхности. Результаты расчётов представлены в работах [2,5]. Здесь нужно отметить, что при решении задачи Б.П. Константинов исключил из уравнения (34) вектор неоднородной волны \mathbf{u}_{t12} , которая появляется в АПС в результате трансформации тепловой волны (30). Основанием для исключения неоднородной волны \mathbf{u}_{t12} явилось предположение о малости её вклада в диссипативные процессы, протекающие в АПС.

Уравнения (28) и (34) получены Г. Кирхгофом [1] без учёта возбуждения в АПС

дополнительных вязкой волны (1) и тепловой волны (2), появление которых в АПС следует из решения Л.Д. Ландау [9]. Следовательно, система уравнений АПС твёрдой абсолютно теплопроводной поверхности должна быть записана с учётом этих неоднородных волн. В результате учёта наличия в АПС тепловой волны (2) уравнение (28) принимает вид

$$T' = T'_{12} + T'_{h11} + T'_{h12}, \quad (35)$$

где T'_{h11} – тепловая волна (2).

Вязкая волна (1) должна быть введена в векторное уравнение (34), которое с учётом трансформации тепловой волны T'_{h11} окончательно можно записать так

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_{v11} + \mathbf{u}_{v12} + \mathbf{u}_{t11} + \mathbf{u}_{t12}, \quad (36)$$

где \mathbf{u}_{v11} – вектор вязкой волны (1); \mathbf{u}_{t11} – вектор неоднородной волны, возбуждающейся в АПС в результате трансформации тепловой волны (2).

Если не учитывать существование неоднородных волн трансформации \mathbf{u}_{t11} и \mathbf{u}_{t12} в АПС, то схематически набор основных неоднородных волн, возбуждающихся в АПС плоской поверхности твёрдого абсолютно теплопроводного тела, может быть представлен в виде структурной схемы (Рис. 2). Схема, показанная на Рис. 2, отражает тот факт, что вязкие и тепловые волны в АПС рождаются парами и их волновые векторы направлены навстречу друг другу.

В случаях, когда влиянием неоднородных волн трансформации \mathbf{u}_{t11} и \mathbf{u}_{t12} пренебречь нельзя, волновые векторы этих волн должны быть также введены в структурную схему АПС. Однако, до сих пор этот вид неоднородных волн в должной мере не изучен.

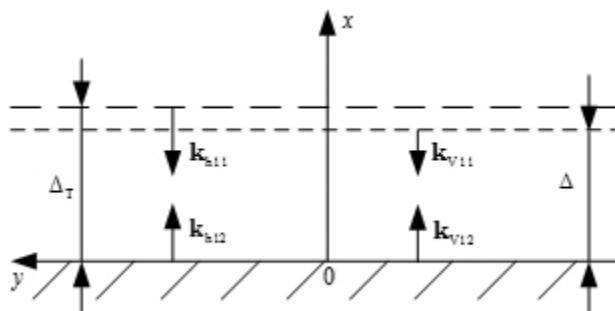


Рис. 2. Структурная схема АПС без учёта трансформации тепловых волн: \mathbf{k}_{h11} и \mathbf{k}_{h12} – волновые векторы тепловых волн; \mathbf{k}_{v11} и \mathbf{k}_{v12} – волновые векторы вязких волн.

6. ТРАНСФОРМАЦИЯ ТЕПЛОВОЙ ВОЛНЫ В НЕОДНОРОДНУЮ ВОЛНУ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СКОРОСТИ

Как было показано Г. Кирхгофом [1], возбуждение в АПС тепловых волн должно сопровождаться появлением дополнительных неоднородных волн. Неоднородные волны \mathbf{u}_{t11} и \mathbf{u}_{t12} возникают в АПС за счёт трансформации тепловых волн T'_{h11} и T'_{h12} . Рассмотрим физические свойства этих волн на примере компоненты \mathbf{u}_{t12} . Согласно Г. Кирхгофу [1] составляющие вектора \mathbf{u}_{t12} могут быть найдены из уравнения

$$\mathbf{u}_{t12} = a(\gamma - 1) \text{grad} T'_r, \quad (37)$$

где T'_r – приведённое или безразмерное распределение амплитуд любых тепловых волн. Для перехода к размерной амплитуде температуры в тепловой волне необходимо использовать формулу $T'_r = T'_{h12} \beta_v / (\gamma - 1)$. После подстановки этого выражения в формулу (37) имеем

$$\mathbf{u}_{t12} = a \beta_v \text{grad} T'_h, \quad (38)$$

где T'_h – уравнение движения любой тепловой волны, возбуждающейся в АПС.

Проведём вычисления компонент вектора \mathbf{u}_{t12} . Для того, чтобы удовлетворять граничному условию (26), Б.П. Константинов [2] предложил в уравнениях движения вязких и тепловых волн принять зависимость от координаты y в этих волнах в виде множителя $\exp(-ik_y y)$, где $k_y = k \sin \theta$. Тогда уравнение движения тепловой волны (4) принимает вид

$$T'_{h12} = 2T'_m e^{-k_T x} \exp[-i(k_T x + k_y y)]. \quad (39)$$

При проведении расчётов будем использовать реальную часть уравнения (39)

$$T'_{h12} = 2T'_m e^{-k_T x} \cos(-k_T x - k_y y). \quad (40)$$

В соответствии со схемой взаимодействия звуковой волны с поверхностью (см. рис. 1) касательная компонента вектора (38) может быть определена из выражения

$$\begin{aligned} u_{t12y} &= a \beta_v \frac{\partial T'_{h12}}{\partial y} = \\ &= a \beta_v k_y 2T'_m e^{-k_T x} \sin(-k_T x - k_y y). \end{aligned} \quad (41)$$

После подстановки в формулу (41) касательной компоненты волнового вектора k_y и простых преобразований окончательно получаем

$$u_{t12y} = K_t f \sin \theta T'_m e^{-k_T x} \sin(-k_T x - k_y y). \quad (42)$$

где $K_t = (4\pi\alpha\beta_v) / c$.

Проведём численную оценку значений размерного коэффициента K_t , входящего в формулу (42). При нормальных термодинамических условиях расчёты дают следующие результаты. Для газов величина коэффициента K_t следующего порядка ($10^{-10} \dots 10^{-9}$) м/К, а для жидкостей порядка ($10^{-15} \dots 10^{-11}$) м/К. Значения коэффициента K_t не зависят от частоты, следовательно, во всём, практически важном диапазоне частот, касательная составляющая вектора колебательной скорости (42) очень мала и её можно исключать из решения задач АПС. Физически это означает, что вектор (37) имеет только нормальную компоненту колебательной скорости \mathbf{u}_{t12x} .

Анализ процесса трансформации тепловой волны (2) даёт результаты аналогичные результатам исследования трансформации тепловой волны (4), представленные выше. На этом основании можно сразу записать, что в результате трансформации тепловой волны (9) в АПС возбуждается одномерная неоднородная волна \mathbf{u}_{t11} , волновой вектор которой направлен вдоль направления нормали к поверхности тела. Неоднородные волны \mathbf{u}_{t11} и \mathbf{u}_{t12} относятся к классу продольных волн. В дальнейшем при составлении системы уравнений АПС (35)-(36) будем учитывать, что их касательные компоненты $u_{t11y} = 0$ и $u_{t12y} = 0$.

Для расчёта параметров нормальных компонент векторов трансформации тепловых волн волна \mathbf{u}_{t11} и \mathbf{u}_{t12} воспользуемся уравнением движения тепловой волны (15). С учётом того, что одномерная тепловая волна (15) возбуждается на плоскости $x = \Delta_T$ и движется в отрицательном направлении оси $0x$, уравнение движения тепловой волны (15) принимает вид

$$T'_{h11} = 2T'_m \left[1 - e^{(\alpha_T x - \pi)} \cos(k_T x - \pi) \right]. \quad (43)$$

Далее, воспользовавшись уравнением (38), получаем формулы, позволяющие рассчитать параметры нормальных компонент волн трансформации:

$$\begin{aligned} u_{t12x} &= a \beta_v \frac{\partial T'_{h12}}{\partial x} = \\ &= u_{t0} e^{-k_T x} \cdot [\sin(-k_T x) - \cos(-k_T x)], \end{aligned} \quad (44)$$

$$u_{i11x} = a \beta_V \frac{\partial T'_{h11}}{\partial x} = u_{i0} e^{(k_T x - \pi)} \cdot [\sin(k_T x - \pi) - \cos(k_T x - \pi)], \quad (45)$$

где $u_{i0} = \sqrt{2\omega a} \beta_V T'_m$. Нетрудно показать, что амплитуды неоднородных волн (44) и (45) имеют размерность скорости. Логично перейти в этих формулах от амплитуды акустической добавки к температуре среды T'_m к амплитуде колебательной скорости бегущей звуковой волны u_m . Для этого используем выражение (24). После преобразований уравнений движения неоднородных волн (44) и (45) получаем:

$$u_{i12x} = -u_{tm} e^{-\alpha_T x} \cdot \sin\left(k_T x + \frac{\pi}{4}\right), \quad (46)$$

$$u_{i11x} = -u_{tm} e^{(\alpha_T x - \pi)} \cdot \sin\left(k_T x - \frac{5\pi}{4}\right), \quad (47)$$

где $u_{tm} = 2\sqrt{2} b_{11} u_m$ – амплитуда волны трансформации; $b_{11} = (\gamma - 1) \sqrt{\omega a / 2c^2}$.

Ввиду того, что все выкладки в этой работе осуществляются в рамках теории Г Кирхгофа [1], выражения (46) и (47) останутся точными решениями в случаях, когда выполняется неравенство $b_{11} \ll 1$. Оценка частот, на которых выполняется это неравенство, позволяет установить, что в звуковом диапазоне частот амплитуды неоднородных волн (46) и (47) малы. Как следствие этого, амплитуда волны трансформации $u_{tm} \ll u_m$. На этом основании при решении задач формирования АПС в аэродинамике и гидроакустике на низких частотах неоднородные волны (46) и (47) и, связанные с их появлением физические эффекты, можно не учитывать.

Нетрудно заметить, что неоднородные волны (46) и (47) включены в противофазе по отношению друг к другу. Это обстоятельство приводит к следующим особенностям АПС, формирующегося в жидкой среде, контактирующего с поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела. Возбуждение неоднородных волн (46) и (47) не приводит к изменениям амплитуды нормальной компоненты вектора колебательной скорости и внутри АПС. Наличие неоднородных волн (46) и (47) в АПС также не приводит к нарушению граничного условия (3).

Неоднородные волны (46) и (47) являются одномерными волнами, волновые векторы которых направлены вдоль нормали к поверхности твёрдого тела. Направление колебаний частиц жидкой среды в этих волнах также совпадает с направлением нормали и, следовательно, волны (46) и (47) можно отнести к классу неоднородных продольных волн. Причиной появления таких волн являются периодические тепловые расширения жидкой среды, в которой возбуждена неоднородная тепловая волна.

Внутри АПС неоднородные волны (46) и (47) взаимодействуют друг с другом, образуя стоячую волну, колебания в которой происходят в противофазе по отношению к падающей на поверхность тела звуковой волне (23).

В ультразвуковом диапазоне частот амплитуда неоднородной волны u_{tm} и амплитуда колебательной скорости звуковой волны u_m могут оказаться сопоставимыми по величине. В этом случае необходимо провести дополнительное исследование влияния волн трансформации (46) и (47) на физические свойства АПС. При этом дополнительно должно быть изучено влияние непроницаемой для жидкой среды твёрдой поверхности, ограничивающей АПС с одной стороны, на колебательные течения жидкости в приповерхностном слое.

7. ДИССИПАЦИЯ ЭНЕРГИИ В АКУСТИЧЕСКОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

Диссипативные процессы, происходящие в АПС зоны физического контакта жидкой среды с поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела, обеспечиваются затуханием вязких и тепловых волн, возбуждающихся в АПС. Как показано выше, в результате взаимодействия звуковой волны (23) с поверхностью твёрдого тела в её АПС возбуждаются: вязкие волны (1) и (3), также тепловые волны (2) и (4).

Для расчёта удельной мощности тепловыделения в АПС, обеспечиваемого этими неоднородными волнами, воспользуемся методикой, описание которой представлено в книге [9]. Согласно этой методике, диссипативный интеграл для любых вязких волн принимает вид

$$q_v = -\frac{\eta}{2} \int_0^{\Delta} \left(\frac{du_v(x)}{dx} \right)^2 dx, \quad (49)$$

где η – коэффициент динамической вязкости жидкой среды; $\Delta = \pi\delta$ – эффективная толщина АПС; $u_v(x)$ – вязкая волна, возбуждённая в АПС.

Удельную мощность тепловыделения в АПС, обеспечиваемого любыми тепловыми волнами, получим, используя диссипативный интеграл

$$q_T = -\frac{\chi}{T_0} \int_0^{\Delta_T} \left(\frac{dT'_h(x)}{dx} \right)^2 dx, \quad (50)$$

где χ – коэффициент теплопроводности жидкой среды; $\Delta_T = \pi\delta_T$ – эффективная толщина теплового АПС; $T'_h(x)$ – тепловая волна, существующая в АПС; T_0 – статическая температура физической системы, в которой возбуждена звуковая волна.

Если подставить в интеграл (49) уравнение (5), то получим выражение для расчёта удельной мощности тепловыделения, возникающего в АПС за счёт затухания вязкой волны (5). После несложных вычислений имеем

$$q_{v1} = -\frac{1.5\eta u_m^2 \sin^2 \theta}{\delta}. \quad (51)$$

Аналогичным образом для вязкой волны (6) получаем

$$q_{v2} = -\frac{1.5\eta u_m^2 \sin^2 \theta}{\delta}. \quad (52)$$

Сопоставление формул (51) и (52) показывает, что вязкие волны (5) и (6) вносят одинаковый вклад в тепловые потоки, возникающие в АПС.

Определим вклад в тепловой баланс системы каждой из существующих в АПС тепловых волн. Для чего в интеграл (50) подставим уравнение (14). После несложных вычислений получаем выражение для расчёта удельной мощности тепловыделения, появляющегося в АПС за счёт затухания тепловой волны,

$$q_{T1} = -3.0 \frac{\chi}{T} \frac{T_m'^2}{\delta_T}. \quad (53)$$

Для тепловой волны (15) аналогичные вычисления позволяют получить

$$q_{T2} = -3.0 \frac{\chi}{T} \frac{T_m'^2}{\delta_T}. \quad (54)$$

Если сравнить выражения (53) и (54), то можно увидеть, что тепловые волны также вносят одинаковый вклад с тепловой баланс АПС.

Знак минус в выражениях (51)-(54) указывает на то, что все тепловые потоки направлены в отрицательном направлении оси $0x$ (см. Рис. 1) к поверхности твёрдого тела. Учитывая физические свойства твёрдого абсолютно теплопроводного тела, можно утверждать, что статическое значение температуры жидкой среды T_0 всегда остаётся постоянной величиной. На этом основании влиянием изменения температуры на физические параметры жидкой среды, находящейся в АПС, при решении подобных задач, можно пренебречь.

Вернёмся вновь к выражениям (51) и (52). Подставим в них выражение толщины АПС $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$. После преобразований, с учётом усреднения функции по времени, эти выражения принимают вид

$$q_{v1} = q_{v2} = -D_v J_0, \quad (55)$$

где $J_0 = \rho c u_m^2 / 2$ – интенсивность звуковой волны, взаимодействующей с поверхностью тела; $D_v = b_{21} \sin^2 \theta$.

Если в формулы (53) и (54) подставить выражение толщины теплового пограничного слоя $\delta_T = \sqrt{2a/\omega}$ и амплитуду акустической добавки к температуре среды в бегущей звуковой волне (24), то после преобразований эти формулы принимают вид

$$q_{T1} = q_{T2} = -D_T J_0, \quad (56)$$

где $D_T = 3.0 b_{11} k_T$; $k_T = (\gamma - 1) C_p / \beta_V c^2$.

Полная удельная мощность тепловыделения в АПС является суммой отдельных компонент тепловых потоков

$$q = q_{v1} + q_{v2} + q_{T1} + q_{T2} \quad (57)$$

или с учётом введённых выше обозначений, получаем

$$q = (2D_v + 2D_T) J_0. \quad (58)$$

Коэффициент, характеризующий поглощение энергии звуковой волны, отражающейся от поверхности твёрдого абсолютно теплопроводного тела, может быть найден следующим образом. Известно, что средняя плотность потока энергии, падающей в единицу времени на единицу поверхности стенки в звуковой волне равна $J_0 \cos \theta$. Поэтому доля энергии, поглощающейся при отражении звуковой волны от поверхности стенки, будет

$$M = \frac{q}{J_0 \cos \theta} = \frac{2(D_V + D_T)}{\cos \theta}. \quad (59)$$

Как видим из выражения (59), поглощение звука поверхностью твёрдого тела зависит от угла падения волны θ . При нормальном падении звуковой волны на поверхность твёрдого тела ($\theta = 0$) вязкие волны не возбуждаются, и коэффициент M имеет минимальное значение

$$M_{\min} = 2D_T. \quad (60)$$

По мере увеличения угла падения θ вклад вязких волн в диссипацию энергии в АПС возрастает (см., например, формулу (51)), это приводит к соответствующему увеличению значения коэффициента (59).

Оценка величины энергии, поглощаемой в АПС твёрдой абсолютно теплопроводной поверхности, была раньше проведена Б.П. Константиновым и Л.Д. Ландау (см. работы [2,9]). Сопоставление этих расчётов показывает, что в обоих случаях величина энергии, поглощаемой в АПС, одинакова. Если воспользоваться обозначениями физических величин, принятых в статье [2], то для расчёта доли энергии волны, диссипируемой в АПС, можно использовать формулу

$$m = (b_{11} + b_{21} \sin^2 \theta) / \cos \theta. \quad (61)$$

Из сопоставления выражений (59) и (61) следует, что участие в формировании АПС вязкой волны (1) приводит к увеличению диссипации энергии в АПС за счёт вязкости жидкой среды в 3 раза.

Поглощение энергии звуковой волны в АПС, обусловленное теплопроводностью жидкой среды, в наших расчётах превышает в $6.0 k_T$ раз (см. формулу (58)). Это связано с тем, что в качестве верхнего предела диссипативного интеграла (50) выбрана величина Δ_r , а также использованием для оценки величины амплитуды тепловых волн (2) и (4) и формулы (24).

Таким образом, эффективность диссипативного процесса в АПС оказывается зависящей от теплофизических параметров жидкой среды, входящих в коэффициент k_T . Для определённости будем считать, что акустическое поле возбуждено в газе. При нормальных условиях значения k_T имеют величину: воздух 0.94; аргон 0.90; углекислый газ 0.87. Нетрудно

заметить, что значения коэффициентов k_T газов близки по величине к 1. Если полученные значения k_T подставить в формулу (56), то получим, что в воздухе диссипация энергии в АПС для тепловых волн (2) и (4) в 2.82 раза больше по сравнению с результатами расчётов, проведённых в работах [2,9].

Полученные выше выражения можно применять для предварительной оценки тепловыделения в АПС поверхностей раздела газ-твёрдое тело, вещество которого имеет конечные значения теплофизических параметров. Однако, эти формулы нельзя применять для расчёта тепловых потоков, возникающих в АПС границ жидкость-твёрдое теплопроводное тело. Это связано с тем, что при формировании АПС границы жидкость-твёрдое теплопроводное тело в системе появляется дополнительная тепловая волна. В силу граничных условий (см. статьи [5-7]) эта тепловая волна возбуждается на поверхности раздела сред и распространяется вглубь вещества твёрдого тела. Физические свойства волн в веществе твёрдого тела не отличаются от физических свойств тепловых волн, существующих в жидкости. Как следствие этого, в правой части уравнения (57) появляется дополнительный тепловой поток q_{T2} . В этом случае тепловые потоки уже $q_{T1} \neq q_{T2}$; $q_{T1} > q_{T2}$. Кроме того, распространение тепловой волны в твёрдом теле сопровождается генерацией вторичных звуковых волн и возбуждением неоднородных волн трансформации типа волн (46) и (47).

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решения задач, в которых даётся описание физических процессов возбуждения неоднородных вязких и тепловых волн, полученные Г. Кирхгофом [1] и Л.Д. Ландау [9], являются независимыми, дополняющими друг друга решениями. Эти решения дают описание синхронно протекающих в АПС твёрдой абсолютно теплопроводной поверхности физических процессов возбуждения и распространения внутри АПС вязких и тепловых волн. Вязкие и тепловые волны возбуждаются в АПС одновременно парами и синхронно затухают по мере распространения в объёме вещества, заполняющего АПС.

При взаимодействии бегущей звуковой волны с бесконечной плоской поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела возникает АПС, в котором обе пары неоднородных волн возбуждаются на параллельных поверхностях, ограничивающих объём АПС с двух сторон. Внутри АПС в каждой паре вязкие и тепловые волны распространяются навстречу друг другу.

В объёме АПС за счёт трансформации тепловых волн возбуждаются дополнительно две неоднородные продольные волны (46) и (47). Эти волны возбуждаются в АПС за счёт периодических колебаний объёма жидкости, находящейся внутри АПС, и являются следствием теплового расширения среды, в которой возбуждено поле переменных температур. В звуковом диапазоне частот влиянием неоднородных волн (46) и (47) на физические процессы, протекающие в АПС, можно пренебречь.

В дальнейшем целесообразно рассмотреть процесс возбуждения неоднородных волн типа (46) и (47) в случае формирования АПС при взаимодействии стоячей звуковой волны с поверхностью твёрдого тела. На основании предварительного анализа этого процесса можно предположить, что результатом возбуждения неоднородных волн (46) и (47) является возникновение внутри АПС акустических течений типа вихрей Шлихтинга.

Неоднородные волны, возбуждающиеся в АПС существуют за счёт энергии, отбираемой у основной звуковой волны, взаимодействующей с поверхностью твёрдого абсолютно теплопроводного тела. В результате объединения решений Г. Кирхгофа и Л.Д. Ландау суммарное число неоднородных волн в АПС увеличивается, что приводит к увеличению мощности тепловыделения в АПС примерно в 2 раза. Следствием тепловыделения в АПС является уменьшение амплитуды отражений звуковой волны. Однако, диссипация энергии в АПС не влияет на процесс акустического взаимодействия падающей на границу раздела и отражённых от неё звуковых волн.

Для численной оценки параметров звуковой волны, отражённой от поверхности твёрдого абсолютно теплопроводного тела,

можно воспользоваться методикой расчёта, разработанной Б.П. Константиновым [2]. В рассматриваемом случае, полученные Б.П. Константиновым выражения для расчётов коэффициента отражения звуковой волны по давлению и его фазового угла сохраняют свой вид. Для получения результата достаточно в этих формулах расчётный комплекс (61) заменить параметром (59).

Полученные таким способом выражения могут быть использованы для оценки диссипативных свойств поверхностей твёрдых тел в аэроакустике. Однако, эти выражения нельзя применять для оценки параметров акустического поля, возникающего при взаимодействии звуковых волн, распространяющихся в жидкости, с поверхностью твёрдого теплопроводного тела. Задачу о формировании АПС и исследование его влияния на акустические свойства поверхности раздела жидкость-твёрдое тело, вещество которого имеет конечные значения теплофизических параметров, нужно рассматривать отдельно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kirchoff G. Ueber den Einfluss der Wärmeleitung in einem Gase auf die Schallbewegung. *Poggendorf's Annalen und Chemie*, 1868, 134(6):177-193.
2. Константинов Б.П. Поглощение звуковых волн при отражении от твердой границы. *ЖТФ*, 1939, 9(3):226-238.
3. Kundt A. Über eine neue Art Akustischer Staubfiguren und über die Anwendung derselben zur Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in festen Körpern und Gasen. *Annalen der Physik*, 1886, 127(4):497-523. Retrieved 2009-06-25.
4. Kundt August. *Acoustic Experiments. Journal of Science*, 1868, 35(4):41-48. Retrieved 2009-06-25.
5. Легуша ФФ. Эффект Константинова и поглощение звука в неоднородных средах. *УФН*, 1984, 144(3):509-522.
6. Легуша ФФ. Расчет коэффициентов отражения и прохождения плоской волны на границе раздела жидких сред с учетом их вязкости и теплопроводности. *Письма в ЖТФ*, 1982, 9(22):1390-1392.
7. Легуша ФФ. Поглощение Константинова на границе раздела жидких полупространств. *ЖТФ*, 1984, 54(4):671-678.

8. Легуша ФФ, Пялов АН, Чижов ГВ. Дисперсия скорости звука волны, распространяющейся в среде с потерями, находящейся в цилиндрической трубе с теплопроводными стенками. *Тр. Всерос. конф. "Прикладные технологии гидроакустики и гидрофизики"*. СПб., Изд-во "ЛЕМА", 2023, с. 448-451.
9. Ландау АД, Лифшиц ЕМ. *Теоретическая физика. Том 6. Гидродинамика*. М., Наука, 1988, 736 с.
10. Легуша ФФ, Невеселова КВ. Излучение звука поверхностью, температура которой изменяется по гармоническому закону. *Тр. XXIV сессии РАО. Физическая акустика*. М., ГЕОС, 2011, с. 83-86.
11. Легуша ФФ, Невеселова КВ. Широкополосные источники звука – термофоны. *Морские интеллектуальные технологии*, 2014, 1(3):71-77.
12. Легуша ФФ, Невеселова КВ. Экспериментальные исследования современных термофонов. *Морские интеллектуальные технологии*, 2015, 1(4):60-65.
13. Васильев БП, Легуша ФФ, Разрезова КВ, Чижов ГВ. Экспериментальные исследования плёночных термофонов. *Морские интеллектуальные технологии*, 2016, 1(4):118-123.
14. Легуша ФФ, Васильев БП, Олейник ММ, Разрезова КВ. Электротермические приемники звука. *Письма в ЖТФ*, 2023, 49(9):40-42.
15. Легуша ФФ, Васильев БП, Лукьянов ВД, Олейник ММ, Разрезова КВ. Исследование возможности использования конструктивных особенностей пленочного термофона для создания приемника акустических сигналов. *Труды СПбГМТУ*, 2023, 2(6):108-125.
16. Бреховских ЛМ, Годин ОВ. *Акустика неоднородных сред. Т. 1 Основы теории отражения и распространения звука*. М., Наука, 2007, 442 с.

Легуша Федор Федорович

д.ф.-м.н.

Санкт-Петербургский государственный морской технический университет

3, ул. Лопманская, Санкт-Петербург 190121, Россия

E-mail: legusha@smtu.ru

Кузькин Венедикт Михайлович

д.ф.-м.н.

ИОФ им. А.М. Прохорова РАН

38, ул. Вавилова, Москва 119991, Россия

E-mail: kumiov@yandex.ru

Разрезова Ксения Васильевна

к.ф.-м.н.

Звукоизоляционные Европейские Технологии

14, ул. Якорная, Санкт-Петербург 195027, Россия

E-mail: kv_neveselova@mail.ru

Переселков Сергей Алексеевич

д.ф.-м.н.

Воронежский государственный университет

1, Университетская пл., Воронеж 394018, Россия

E-mail: pereselkov@yandex.ru